



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

**MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO TEMA PECUÁRIA:  
UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENSINO  
MÉDIO**

Dayane Cristielle Siquiere

Lajeado, janeiro de 2021

Dayane Cristielle Siquiere

**MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO TEMA PECUÁRIA:  
UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENSINO  
MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado em Ensino de Ciências Exatas da Universidade do Vale do Taquari – Univates, como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na linha de pesquisa Tecnologias, metodologias e recursos didáticos para o ensino das Ciências.

Orientadora: Prof. Dra. Marli Teresinha Quartieri

Lajeado, Janeiro de 2021

Dayane Cristielle Siquiere

**MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO TEMA PECUÁRIA:  
UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENSINO  
MÉDIO**

A Banca examinadora abaixo aprova a Dissertação apresentada no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade do Vale do Taquari – Univates, como parte da exigência para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas, na linha de Pesquisa Tecnologias, metodologias e recursos didáticos para o ensino das Ciências.

Prof.<sup>a</sup> Dra. Marli Teresinha Quartieri – Orientadora  
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Prof.<sup>a</sup> Dra. Ieda Maria Giongo  
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Maria Madalena Dullius  
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Susana Paula Graça Carreira  
Universidade de Lisboa

Lajeado, 15 de janeiro de 2021

## AGRADECIMENTOS

*De fato, tudo o que Deus criou é bom, e nada é desprezível se tomado com ação de graças, porque é santificado pela palavra de Deus e pela oração.*

1 Timóteo 4:4-5

Ao encerrar esta caminhada e amparada nas palavras de São Paulo dirigidas a Timóteo, desejo agradecer a quem, de uma maneira ou outra maneira, contribuiu para que ela acontecesse.

Primeiramente, a Deus, por permitir que eu cursasse este Mestrado e, apesar de todas as circunstâncias, conduzir-me pela Sua mão até aqui.

À minha professora e orientadora, Marli Teresinha Quartieri, por sua paciência e carinho nesses dois anos de Curso. Sua contribuição foi grandiosa para a minha formação como pesquisadora. A ela, minha eterna gratidão e admiração!

Às professoras membros da banca, por cada sugestão visando à melhoria deste trabalho. Minha imensa admiração e respeito!

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, que foram decisivos na construção da professora/pesquisadora que estou me tornando.

Aos colegas das turmas 12.5 e 13 do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, pela oportunidade de crescemos juntos nesses dois anos de estudos.

Aos alunos voluntários, Crisieli Lima de Oliveira, Geicieli Leite Florêncio, Lorrann Victor Pereira dos Santos, Naisa Sawaris de Souza, Paulo Fernandes Moreira Cebalho, Rafaela Alves de Almeida, Ranieli Soares Winck e Vitor Gabriel Oliveira Mariano, por terem aceitado somar e dividir momentos de aprendizagens. Sem a sua participação e dedicação, a pesquisa não seria uma realidade. Vocês são incríveis!

À minha professora de infância, Silvana Maria Pereira de Almeida, em quem sempre me espelhei humana e profissionalmente. Sua dedicação e entusiasmo pela educação têm sido marcantes. Admiro –te, minha mineirinha!

Aos colegas da Escola Estadual Tarley Rossi Vilela que, ao longo desses anos tornara-se grandes amigos, Gustavo, Michele, Eliane, Silvânia, Márcia, Karine e Pâmela, por me apoiarem, chorarem com a minha dor e sorrirem com a minha alegria. Vocês são minha segunda família!

Aos meus pais, Carlos Alberto Siquiere (*in memoriam*) e Dejanira Ribeiro Siquiere, pelo apoio e incentivo concedidos durante a minha trajetória estudantil e profissional, além de me servirem de suporte ao longo de minha existência. Embora o pouco estudo com que foram contemplados, sempre declaravam que “Educação é coisa que ninguém nos tira”. Obrigada, mãe, por sua força e fé inabaláveis! Obrigada, pai, por me ensinar a ser persistente como o senhor (mesmo que minha mãe insistisse em afirmar que era teimosia, KKK!!!). Todo meu respeito, admiração e amor por vocês!

Aos meus sogros, Valter José Ribeiro e Rosicléia Bandeira Ribeiro, por serem meus segundos pais. Desde que cheguei à sua família, recebi apoio, amor e carinho. Amo vocês!

À vó Cida (Aparecida Correia de Souza Bandeira, avó materna do meu esposo), que, mesmo sem entender por que eu estudava tanto, chegava à minha casa em silêncio só para saber se estava tudo bem. Eu te amo!

Às amigas do Terço das Mulheres da Comunidade Católica São João Batista, pelo apoio e orações nos momentos difíceis pelos quais passei, especialmente em 2020.

À Silvia Simonik Domingos, que não podia me ver tranquila, pois sempre me perguntava: “E a dissertação”? kkk!!! Obrigada pelo seu entusiasmo e incentivo às minhas conquistas. Amo-te, minha amora!

Aos meus irmãos, Débora Catielle Siquiere Oliveira, Luiz Carlos Junior Siquiere e Loan Cairo Siquiere, por serem a parte mais importante de mim, por me completarem e ensinarem tanto. Obrigada, Catielle, pelo incentivo e alegria compartilhada quando soubeste do meu ingresso no mestrado e por tantos planos que fizemos juntas. Obrigada, Júnior, por me apoiar em todos momentos, por estar perto de mim, pelo cuidado. Obrigada, Loan, por sempre me ajudar com os bugs do meu computador e pelas chamadas de vídeos de duas horas (kkkk). Amo vocês em cada detalhe!

Ao meu esposo, Rafael Bandeira Ribeiro, e minha filha, Laura Siquiere Ribeiro, por literalmente embarcarem nessa viagem e atravessarem comigo o Brasil para que eu pudesse estudar. Pela paciência nos dias difíceis, pela paz que vocês são. Amo você meu Fael! Amo você minha Aurora!

## DEDICATÓRIA

Dedico essa dissertação à toda minha família, de modo especial, ao meu pai Carlos (*in memoriam*), por sempre me educar pelo exemplo – te amarei eternamente. Ao meu querido esposo Rafael por sua paciência imensurável, compreendendo e respeitando meus momentos de silêncio e estudo – eu te amo. E à Laura, minha pequena aurora – você trouxe significado para tudo o que eu faço.

## EPÍGRAFE

*“...ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção”.*

(FREIRE, 2003, p. 47)

## RESUMO

Nesta dissertação, apresentam-se os resultados de uma prática pedagógica, aplicada, durante os meses de julho e agosto, a um grupo voluntário de oito alunos do Ensino Médio da Escola Estadual Tarley Rossi Vilela, localizada na comunidade Cristalino do Norte, no Município de Novo Mundo – MT. Desenvolvida à luz da Modelagem Matemática, a pesquisa teve como objetivo principal analisar as implicações do uso desta metodologia, no processo de estudo de diferentes funções com alunos do Ensino Médio, partindo do tema Pecuária. A pesquisa, de cunho qualitativo com análise descritiva, utilizou-se dos seguintes instrumentos de coleta de dados: gravação dos encontros em áudio e vídeo, caderno de campo da professora/pesquisadora, fórum interativo pelo *Google* sala de aula e entrevista. No decorrer da prática pedagógica, evidenciaram-se a motivação e a dedicação dos alunos em estudarem conceitos matemáticos a partir do contexto em que se encontram inseridos. Destaca-se também a capacidade de pesquisa, tanto no processo de coleta de dados como na matematização, dos alunos envolvidos. Durante o desenvolvimento da prática, construíram-se conceitos iniciais de função afim e função quadrática, bem como foram utilizados conceitos de porcentagem, regra de três, perímetro e área. Por fim, salienta-se que o tema Pecuária proporcionou discussões econômicas, sociais e culturais acerca dos diferentes tipos dessa atividade desenvolvida na comunidade, tornando os estudantes mais críticos e atentos ao contexto em que vivem.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Funções. Pecuária. Ensino Médio.



## ABSTRACT

This thesis presents the outcomes of a teaching practice developed in July and August with a volunteer group of eight students of Secondary School at *Escola Estadual Tarley Rossi Vilela*, located in the community of Cristalino do Norte, within the municipality of Novo Mundo/MT/Brazil. Developed in the light of Mathematical Modeling, this research aimed mainly to analyze the implications of using such methodology in the process of studying distinct functions with Secondary School students based on the theme of livestock raising. It was qualitative in nature and used the descriptive analysis; moreover, the following tools were applied to collect data: video shootings and audio recordings of the meetings, field journal of the teacher/researcher, interactive forum through Classroom and Interview Google. In the course of this practice, students' motivation and diligence in studying the mathematical concepts within the said context were evident. Furthermore, students showed to possess a research ability both when they collected the data and mathematized it. While the practice was being developed, initial concepts of related and quadratic functions were developed; additionally, concepts of percentage, rule of three, perimeter, and area were used. Finally, the theme of livestock raising also brought about economic, social, and cultural discussions about the different types of this activity developed within the community, thus making students more critical and attentive to their surroundings.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Functions. Livestock Raising. Secondary School.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Primeiro fórum.....	61
Figura 2 – Resposta do aluno Paulo ao 1º Fórum.....	61
Figura 3 – Segundo fórum.....	70
Figura 4 – Terceiro fórum .....	83
Figura 5 – Comportamento dos gráficos das funções afim estabelecidas pela dupla Comitativa Buscapé .....	89
Figura 6 – Gráfico da função afim estabelecida pela dupla Pecuária Extensiva ...	93
Figura 7 – Gráficos das funções quadráticas estabelecidas pela dupla Pecuária Extensiva.....	97
Figura 8 – Gráfico das funções afins estabelecidas pela dupla Agropecuária ....	102
Figura 9 – Gráfico da função afim estabelecida pela dupla Dinheiro Rural.....	107
Figura 10 – Quarto Fórum Interativo .....	108
Figura 11– Orientações para o Quinto Fórum.....	118

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Pesquisas realizadas no site da BDTD e seus respectivos resultados .....	37
Quadro 2 – Trabalhos analisados .....	37
Quadro 3 – Formato das Reuniões .....	52
Quadro 4 – Composição das duplas .....	57
Quadro 5 – Subtema e equipe .....	60
Quadro 6– Problemas levantados para serem matematizados.....	84
Quadro 7 – Dados utilizados para a matematização da dupla Comitiva Buscapé	86
Quadro 9 – Dados utilizados para a matematização da dupla Pecuária Extensiva (02).....	94
Quadro 10 – Cálculo efetuado para determinar função da área máxima das propriedades A e B.....	95
Quadro 11 – Resultado das matematizações da dupla Pecuária Extensiva .....	95
Quadro 12 – Dados utilizados para a matematização da dupla Agropecuária .....	99
Quadro 13 – Ordem de apresentação dos resultados pelas duplas.....	110

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>20</b>
<b>2.1 Estudo sobre Funções .....</b>	<b>20</b>
<b>2.2 Modelagem Matemática .....</b>	<b>29</b>
<b>2.3 Estudos sobre Modelagem Matemática, Funções e Pecuária.....</b>	<b>36</b>
<b>3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>45</b>
<b>3.1 Sobre a pesquisa .....</b>	<b>45</b>
<b>3.2 Sobre a prática pedagógica desenvolvida .....</b>	<b>49</b>
<b>4. ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PRÁTICA PEDAGÓGICA .....</b>	<b>57</b>
<b>4.1 Primeiro Momento – Escolha do Tema.....</b>	<b>58</b>
<b>4.2 Segundo Momento - Pesquisa Exploratória .....</b>	<b>62</b>
<b>4.3 Terceiro Momento – Levantamento do (s) Problema (s).....</b>	<b>73</b>
<b>4.4 Quarto Momento – Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento do     conteúdo matemático no contexto do tema .....</b>	<b>85</b>
<b>4.5 Quinto Momento – Análise crítica das soluções .....</b>	<b>110</b>
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>123</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>130</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>137</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Historicamente, a Matemática surgiu para resolver os problemas da sociedade; porém, de acordo com Cunha (2017), o que se tem percebido é que cada vez menos os alunos conseguem relacionar os conceitos matemáticos com o seu cotidiano. O autor ressalta que a Matemática se tornou essencial à sociedade por estar presente em diversas áreas, como saúde, economia, engenharia, entre outras. No entanto, a maneira complexa como, muitas vezes, é ensinada na sala de aula, aprendê-la consiste, basicamente, em acúmulo de fórmulas e algoritmos e o fazer matemático de decorar e aplicar regras. Esse distanciamento entre teoria e prática pode resultar em desinteresse pela disciplina, resultados abaixo das metas projetadas nas avaliações e até mesmo reprovações.

Criado em 2007, com a intenção de reunir em um único indicador o fluxo escolar e as médias de desempenho em avaliações, o IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) avalia, bianualmente, o desempenho dos alunos do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Segundo informações da Matriz de Referência fornecida pelo SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), são quatro os eixos de conhecimento que devem ser desenvolvidos e avaliados pela Prova Brasil na disciplina de Matemática, a saber: I) Espaço e Forma; II) Grandezas e Medidas; III) Números e Operações/Álgebra e Funções; e IV) Tratamento da Informação.

Uma breve análise sobre os resultados dessas avaliações desde que o sistema de avaliação foi implantado aponta que a proficiência dos alunos, diante dos conhecimentos avaliados, decai conforme ele avança nos estudos. Por exemplo, no Estado do Mato Grosso<sup>1</sup>, o IDEB observado no 5º ano do Ensino Fundamental, em 2019, foi 5,9, (atingindo a meta estabelecida); já no 9º ano do Ensino Fundamental, 4,8 (abaixo da meta estabelecida - 4,9); por sua vez, no 3º ano do Ensino Médio, 3,6 (abaixo da meta estabelecida - 4,7). Embora não deva

---

<sup>1</sup>Dados obtidos em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultado.seam?cid=4419791>

ser considerado como único indicador de aprendizagem, já que é uma avaliação em massa e desconsidera singularidades existentes em cada chão de escola, esses resultados vêm perturbando os docentes, especialmente os de Língua Portuguesa e de Matemática, disciplinas avaliadas pela Prova Brasil. Segundo Vieira, Vidal e Nogueira (2015, p. 92, grifos dos autores), “Em *tempos de Ideb*, os professores têm sido os personagens no processo educacional a quem mais tem se dirigido críticas e responsabilidade sobre o desempenho dos alunos em avaliações de larga escala”. Com o intuito de mudar esse cenário, professores têm buscado metodologias que os auxiliem no processo de ensino, tornando a sala de aula um ambiente agradável e os conteúdos contextualizados com atividades que fazem referência ao cotidiano do aluno.

Os resultados nas avaliações de Matemática vêm me<sup>2</sup> inquietando há algum tempo, fato que tem despertado o desejo de buscar respostas ao problema. Em 2006, tornei-me professora aos dezessete anos (prestes a completar dezoito) ao assumir uma turma multisseriada da etapa final do Ensino Fundamental. Em efeito, tenho sido professora ao longo desses anos, ensinando um pouco e aprendendo muito. Nessa época, ainda cursava o segundo ano do Ensino Médio. Aos dezenove, iniciei a faculdade de Pedagogia pelo Centro Universitário Leonardo da Vinci (UNIASSELVI) e, à medida que os anos passavam, identificava-me com a Matemática, sempre trabalhando com alunos da etapa final do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Cumpre frisar que assumia as disciplinas que sobravam na atribuição das aulas. No terceiro semestre de Pedagogia, fui aprovada no vestibular do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso (UFMT) em parceria com a UAB (Universidade Aberta do Brasil). Assim, cursei as duas licenciaturas concomitantemente

Em 08 de março de 2012, formei-me Pedagoga e, em 14 de julho de 2014, coleí grau como licenciada em Ciências Naturais e Matemática. Nesse meio tempo, trabalhei em sala de aula, laboratório de informática, secretaria escolar, mas o amor pela primeira me levava a ela retornar. Porém, as notícias sobre o fracasso dos alunos em Matemática foi me desanimando ano após ano. Assumia a culpa por

---

<sup>2</sup> Apenas na parte do texto que faz referência à vida profissional da professora é escrito de forma pessoal.

esse insucesso e, por mais que tentasse e me reinventasse como professora, quando saíam os resultados das avaliações externas, além da decepção, surgia a sensação de derrota e, paulatinamente, fui perdendo a motivação. Então, decidi cursar o Mestrado para lecionar no Ensino Superior, pois meu trabalho já não fazia diferença na Educação Básica. Em 2017, concluí minha especialização em Matemática pela Faculdade Futura e, em 2018, iniciei minha busca pelo Mestrado.

Mato Grosso é, geograficamente, enorme, mas com pouca oferta de cursos de Mestrado, sendo a maioria próxima à capital. Quanto a mim, moro no extremo Norte do Estado, a cerca de oitocentos quilômetros de Cuiabá, motivo pelo qual pensei ser impossível cursá-lo tão cedo. Mas, nas férias de julho de 2018, em uma última tentativa, resolvi fazer uma nova busca. Pesquisei no *Google* “mestrado modular” e, como o processo seletivo para o Ensino de Ciências Exatas da Univates encontrava-se aberto, apareceu como um dos primeiros resultados. Imediatamente, entrei no site, baixei o edital e quanto mais lia sobre o curso mais me interessava. Assim, inscrevi-me para o processo seletivo. Passados alguns meses de espera e ansiedade, vi-me procurando passagens aéreas para Porto Alegre.

Na primeira etapa do Mestrado, em janeiro de 2019, continuava com a ideia fixa de cursá-lo com o propósito de fugir da Educação Básica. Porém, à medida que o tempo passava, redescobria os motivos pelos quais escolhi ser professora e, hoje, afirmo que o Curso fez renascer meu amor pela Educação Básica. Embora tenha ciência de que, sozinha, não conseguirei mudar a realidade do desempenho dos alunos em Matemática, poderei contribuir para transformá-la, ensinando-a com paixão e de forma contextualizada. Na disciplina Tendências para o Ensino de Ciências Exatas, conheci a Modelagem Matemática e, na de Pesquisa em Ensino e Estágio Supervisionado, desenvolvi um trabalho, em sala de aula, com o qual pude aprender, na prática, um pouco mais sobre essa tendência. Desde então, tive certeza do que pretendia realizar em sala de aula: modelar fenômenos do cotidiano com meus alunos.

Para alguns autores<sup>3</sup>, a Modelagem<sup>4</sup> consiste na capacidade de compreender e utilizar conhecimentos matemáticos para inferir no cotidiano de forma eficaz, tomando decisões acertadas. A própria Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018, p. 14) estabelece que, comprometer-se com a educação integral dos estudantes se refere “à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea”. Bassanezi (2002) e Burak (1992) afirmam que partir da motivação dos alunos é possível transformar os processos de ensino e de aprendizagem, levando-os a compreender o sistema de construção dos conceitos matemáticos e os fenômenos do seu cotidiano. Para Biembengut (2012), as transformações constantes na sociedade implicam a necessidade de os estudantes obterem novos conhecimentos e habilidades, bem como aprender a aplicá-los e socializá-los.

A modelagem pode ser utilizada como metodologia de ensino para trabalhar diferentes conceitos matemáticos, inclusive os comumente presentes nas avaliações externas. Um deles, exigidos nessas avaliações e presentes no currículo do Ensino Médio, em que se observam dificuldades de compreensão por parte dos alunos, são as funções matemáticas. Sendo assim, faz-se necessário desenvolver um trabalho para tentar contextualizar o ensino de tais conceitos com o cotidiano dos alunos. A BNCC estabelece, na Competência Específica 3, para o ensino de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio, a importância do ensino de funções, descrevendo que o discente precisa ter a capacidade de utilizar diferentes estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para “interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente” (BRASIL, 2018, p. 531).

Dadas as características da comunidade local e dos alunos que a escola tem recebido, foi possível constatar que o tema Pecuária está presente na vida dos

---

<sup>3</sup> Bassanezi (2002); Biembengut e Hein (2007); Burak (1992)

<sup>4</sup>O termo Modelagem se refere à Modelagem Matemática e é utilizado dessa forma no decorrer do texto.



alunos e poderia ser interessante para trabalhar o conceito de funções de forma contextualizada, usando a Modelagem como metodologia. Segundo Castro et al. (2018), um trabalho, nessa perspectiva, pode contribuir para a otimização de planejamentos agropecuários e, assim, definir culturas e/ou criações apropriadas no contexto local, analisar os elementos disponíveis para seu pleno desenvolvimento, como mão de obra, tecnologia, área, ferramentas, manejo, etc., permitindo avaliar a qualidade, quantidade e aplicabilidade das decisões tomadas.

Para entender o porquê da escolha por este tema, é preciso levar em consideração que a economia da comunidade na qual os alunos estão inseridos, exceto os poucos comércios, baseia-se na agricultura comercial e na pecuária leiteira e de corte, sendo esta marcante na vida dos pesquisados. De fato, ela está presente no modo como eles se vestem, conversam, nos gostos musicais, no lazer – participação nas cavalgadas, rodeios, exposições agropecuárias, eventos de tiro de laço, laço guelão<sup>5</sup>, Team Roping<sup>6</sup>, prova dos três tambores<sup>7</sup>, entre outros.

Diante desse contexto, a prática ocorreu de forma semipresencial<sup>8</sup>, com um grupo de oito alunos, do 1º e 2º Anos do Ensino Médio, matriculados na Escola Estadual Tarley Rossi Vilela, localizada na comunidade Cristalino do Norte, distante cinquenta e oito quilômetros da sede do Município de Novo Mundo, Estado de Mato Grosso. O tema desenvolvido foi **Modelagem Matemática a partir do tema Pecuária: uma proposta para estudo de funções no Ensino Médio**. Por sua vez, o problema de pesquisa foi Como o uso da Modelagem Matemática, vinculado ao tema pecuária, pode contribuir para o processo de estudo de diferentes funções, com alunos do Ensino Médio?

---

<sup>5</sup> Prova que consiste em laçar o bezerro antes de uma faixa determinada. A cada bateria encerrada, a distância da faixa ao brete diminui. Na última bateria, os peões precisam laçar o bezerro na saída do brete, por isso o nome guelão.

<sup>6</sup> Também conhecida como laço duplo, consiste na laçada de um touro por dois peões. Um laça a cabeça; o outro, os pés do animal.

<sup>7</sup> Essa prova consiste em contornar três tambores dispostos na forma de triângulo no menor tempo possível.

<sup>8</sup> A prática pedagógica foi desenvolvida em cinco etapas, sendo três delas de forma totalmente remota, com reuniões *online*, e, nas duas últimas etapas, aconteceram reuniões presenciais. A forma remota aconteceu em função da Pandemia do covid-19, que cancelou as aulas presenciais na referida escola no ano letivo de 2020.

Assim, o objetivo geral consistiu em analisar as implicações do uso da Modelagem Matemática, no processo de estudo de diferentes funções para alunos do Ensino Médio, partindo do tema Pecuária. Para alcançá-lo, elencaram-se os seguintes específicos:

- Desenvolver uma prática pedagógica com um grupo de alunos do Ensino Médio, envolvendo Modelagem Matemática e o tema Pecuária para o estudo de funções.
- Identificar relações estabelecidas, por um grupo de alunos do Ensino Médio, entre situações do cotidiano, envolvendo o tema Pecuária e conceitos relacionados às funções.
- Examinar as contribuições da Modelagem Matemática nos âmbitos conceitual, atitudinal e procedimental.

Para responder ao problema de pesquisa, bem como atender aos objetivos estabelecidos, abordou-se uma metodologia qualitativa. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados consistiram na utilização de métodos de observação indireta, fazendo registros das atividades em gravações de áudio e vídeo. Ademais, utilizou-se o diário de campo da pesquisadora para efetuar apontamentos considerados relevantes à pesquisa e fórum interativo pela plataforma do *Google Sala de Aula* ao final de cada momento efetivado.

Salienta-se que a presente dissertação é composta, além deste-Introdução-, de mais quatro capítulos. Assim, no segundo - Referencial Teórico -, relatam-se a evolução histórica do conceito de função; as definições das diferentes funções estabelecidas por autores distintos; estudos de alguns pesquisadores sobre Modelagem e resultados de estudos realizados na Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações acerca do tema Modelagem, atrelado ao ensino de funções e ao tema Pecuária. No terceiro - Procedimentos Metodológicos -, é retratada a metodologia da pesquisa e da prática pedagógica, desenvolvida para atingir os objetivos, bem como a forma de coleta e análise dos dados. No quarto – Análise dos resultados da Prática Pedagógica –, está descrita e imbricada, teoricamente, a prática realizada, bem como a análise dos dados coletados. No quinto e último – Considerações Finais –, reportam-se as considerações e conclusões acerca da utilização da Modelagem como metodologia para o ensino de funções, partindo do tema

Pecuária, visando responder ao problema de pesquisa da dissertação. Por fim, apresentam-se o cronograma, as referências, os apêndices e anexos deste trabalho.

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

Neste capítulo, discorre-se acerca das funções, fazendo um breve relato sobre a sua história e evolução, bem como os diferentes conceitos e aplicações relacionadas a esse tema. Em seguida, são descritos os conceitos fundamentais da Modelagem segundo alguns autores brasileiros. Por fim, apresenta-se uma síntese de trabalhos que envolvem a Modelagem, funções e pecuária, extraídos da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD.

### **2.1 Estudo sobre Funções**

A história da Matemática se funde com a da humanidade, e seu progresso se deve às exigências de cada civilização em seu tempo. Para D' Ambrósio (1999, p. 92), “A Matemática tem, como qualquer outra forma de conhecimento, a sua dimensão política e não se pode negar que seu progresso tem tudo a ver com o contexto social, econômico, político e ideológico”. Dessa forma, é possível inferir que conceitos matemáticos ensinados hoje nas escolas surgiram da demanda de uma sociedade em um determinado tempo e lugar. Caraça (2000) afirma que, caso o ser humano vivesse isolado, sua necessidade de contar diminuiria, mas não completamente e, à medida que as relações sociais se intensificassem, a importância do conhecimento e do uso de técnicas de contagem mais elaboradas aumentaria.

Assim, considerando função como a relação entre elementos de dois conjuntos distintos, é possível estabelecer as primeiras aparições desse conceito na história da Matemática. Segundo Roque (2012), as tabelas babilônicas e egípcias já continham registros de correspondências entre determinado número e o resultado de uma operação realizada com ele; portanto, de certa forma, já estava sendo estabelecida a ideia de função. Esta, no século II, apareceu nos estudos de Claudio Ptolomeu, que desenvolveu tabelas trigonométricas, usadas na Astronomia. Segundo Roque (2012), os gregos Apolônio de Perga (262 a.C. - 190 a.C.) e Arquimedes de Siracusa (288 a.C. - 212 a.C.) produziram diversos trabalhos reconhecidos pela área da Matemática, como as soluções para diferentes cálculos

de área, utilizando os conceitos de cônicas que, de algum modo, já apresentavam uma noção intuitiva de função.

Posteriormente, em meados do século XIV, alguns matemáticos desenvolveram o “Teorema do valor médio”, que visava determinar a velocidade de distâncias percorridas por objetos em aceleração uniforme, relacionando dois conceitos distintos. Nesse mesmo século, o bispo francês, Nicole Oresme (1320-1382), criou o que hoje seria uma representação gráfica de função ao descrever a teoria “Latitude de formas”. Por meio desta, com base no Teorema do valor médio, Oresme buscava demonstrar graficamente como a velocidade dos objetos variavam. Porém, para Roque (2012), a ausência de interpretação algébrica, característica da representação cartesiana, fez com que o diagrama de Oresme não fosse considerado um antecedente do plano cartesiano.

No século XVI, ocorreram avanços na Matemática graças aos trabalhos do francês François Viète (1540 – 1603), que, segundo Roque (2012), padronizou termos matemáticos, em que as incógnitas passaram a ser representadas por vogais; e os coeficientes, por consoantes do alfabeto; todas em maiúsculo. A revolução científica do século XVII e o desenvolvimento do método científico (definido por Descartes) transformaram a maneira como as pessoas viam o mundo. Naquele período, o conceito de função se ampliou com os estudos de Galileu Galilei (1564 – 1642), que estabeleceu a lei “segundo a qual a distância percorrida por um corpo em queda livre é proporcional ao quadrado do tempo de queda, e que se traduz na fórmula familiar  $s = \frac{g t^2}{2}$ ” (EVES, 2016, p. 354). Essa lei buscava por modelos que representassem fenômenos da natureza e trabalhava com variáveis que dependiam de outras, representando graficamente os valores obtidos. Assim, de acordo com Eves (2011), o estudo do movimento acabou por gerar o conceito de função mesmo não sendo formalizado por Galilei.

Eves (2011) e Roque (2012) afirmam que os franceses René Descartes (1596 – 1650) e Pierre Fermat (1601 – 1665) foram os precursores da geometria analítica. De acordo com os autores, para Descartes, o interesse por essa temática consistia em resolver problemas de navegação e que uma equação de duas variáveis poderia ser representada geometricamente por uma curva. Descartes

também colaborou com a ideia de que uma função ( $y$ ), que pode ser considerada como qualquer potência de  $x$ , ou seja,  $f(x) = x^n$ . Segundo Eves (2011), as ideias de Fermat e de Descartes permitiram a criação do plano cartesiano. Dessa forma, ambos contribuíram para que o conceito ainda primitivo de função avançasse consideravelmente.

Ainda no século XVII, o desenvolvimento do conceito de função recebeu contribuições do matemático inglês Isaac Newton (1643 – 1727). Em suas pesquisas na área da Física, desenvolveu o Método das Fluxões, por meio do qual, segundo Ferrão, de Almeida e de Brito Marcelino (2012), tentava explicar o aumento das velocidades dos movimentos. Nesse trabalho, Newton utilizou as variáveis  $x$  e  $y$  para representar grandezas que fluem.

No século XVIII, o alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) contribuiu para o conceito ao nomear função as quantidades geométricas que dependem de uma variável. O matemático, segundo Ponte (1990), também foi responsável por introduzir os termos “constante”, “variável” e “parâmetro”. Porém, foi em 1718 que Johann Bernoulli (1667 – 1748) publicou um artigo com a seguinte definição para função: “Chamamos função de uma grandeza variável uma quantidade composta, de um modo qualquer, desta grandeza variável e de constantes” (BERNOULLI, 1718, apud ROQUE, 2012, p. 299). A partir dessa divulgação, o conceito de função, que até então não representava nenhum tipo de teoria, popularizou-se entre os matemáticos da época. Com essa definição, passou-se a descrever as funções com fórmulas.

Ainda no século XVIII, Leonhard Paul Euler (1707 – 1783), considerado por Roque (2012) como um pupilo de Johann Bernoulli, colaborou, com sua obra “Introdução a análise infinitesimal”, no desenvolvimento do conceito de função, definindo a constante como uma quantidade determinada que possui sempre um mesmo e único valor, e uma variável como sendo uma quantidade indeterminada, ou seja, que pode ter qualquer valor. Dessa forma, Euler aprimorou o conceito de função, estabelecendo que “Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessa quantidade e de números, ou de quantidades constantes” (EULER, 1748, apud ROQUE, 2012, p. 374). Euler também introduziu a notação  $f(x)$  para representar uma função de  $x$ .

Nesse mesmo século, o problema da corda vibrante provocou uma revolução nos conceitos que até então se tinha sobre função. De acordo com Roque (2012), o próprio Euler reescreveu sua definição em 1755, pois a ideia de que era a expressão analítica definida por uma série de potências restringia seu uso na Matemática.

No século XIX, o matemático e físico francês Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) redefiniu o conceito de função com a publicação, em 1822, da “Teoria analítica do calor”. Nesta, Fourier elucidou que só há um valor  $y$  para cada valor  $x$ .

Em geral, a função  $fx$  representa uma sucessão de valores, ou ordenadas, os quais cada um é arbitrário. Uma infinidade de valores sendo atribuídos à abscissa  $x$ , existe um número igual de ordenadas  $fx$ . Todas têm valores numéricos atuais, ou positivos, ou negativos, ou nulos. Não se supõe que essas ordenadas estejam sujeitas a uma lei comum; elas se sucedem uma à outra de um modo qualquer, e cada uma delas é dada como se fosse uma única quantidade (FOURIER, 1822, apud ROQUE, 2012, p. 320).

De acordo com Ponte (1990), Fourier também presumiu que era possível desenvolver uma série trigonométrica para cada função em um intervalo apropriado; contudo, não provou matematicamente sua conjectura. Tal problema foi retomado pelo matemático alemão Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805 – 1859), que, segundo Roque (2012), estabeleceu condições satisfatórias para representar uma função pela série de Fourier, separando o conceito de função da sua representação analítica, efetuando a correspondência arbitrária entre variáveis numéricas. Dessa maneira, segundo Roque (2012), foi Dirichlet quem apresentou uma definição moderna de função como sendo uma correspondência entre variáveis, de maneira que todo valor da variável  $x$  se associa a um só valor da variável  $y$ . Essa definição, para Roque (2012), embora se pareça com a conjuntista que se conhece hoje, foi estabelecida antes da noção de conjuntos.

O desenvolvimento da teoria dos conjuntos entre os séculos XIX e XX pelo matemático alemão Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845 – 1918) fez surgir o movimento denominado “Matemática Moderna”, embasado na formalidade e no rigor dos fundamentos da teoria dos conjuntos. Esse movimento ampliou ainda mais o conceito de função e, segundo Ponte (1990), passou a incluir correspondências arbitrárias entre quaisquer conjuntos, podendo eles serem numéricos ou não.

Ao analisar parte da história e da evolução das funções, é possível inferir que o conceito que se tem hoje não é estático e, possivelmente, sofrerá transformações em resposta às necessidades da sociedade. Para Ponte (1990), tal conceito surgiu como noção de correspondência e passou à (noção) de relação. Ainda segundo o autor, “Trata-se de uma evolução que ainda não parou” (PONTE, 1990, p. 4). Assim, uma definição para função, que, de acordo com Roque (2012, p. 295-296), é comumente encontrada em livros do Ensino Médio, indica que “Dados dois conjuntos  $X$  e  $Y$ , uma função  $f: X \rightarrow Y$  é uma regra ou que diz como associar a cada elemento  $x \in X$  um elemento  $y = f(x) \in Y$ . O conjunto  $X$  chama-se domínio e  $Y$  é o contradomínio da função.” Cabe ressaltar que este trabalho privilegiou a ideia de covariação entre as grandezas.

Sendo assim, compreender o desenvolvimento do conceito de função é fundamental para seu ensino em sala de aula. No currículo atual do Ensino Médio, estabelecido pela BNCC, estão inseridos seis tipos de funções, explicitados em algumas habilidades da Competência Específica 3, sendo elas: 1) função afim; 2) função quadrática; 3) função modular; 4) função exponencial; 5) função logarítmica; 6) funções trigonométricas. A referida competência, definida pela BNCC, estabelece que, ao final do Ensino Médio, o aluno seja capaz de

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 535).

Portanto, é possível relacionar o desenvolvimento dessa Competência com os conteúdos de funções presentes no currículo desse nível de ensino. Na Competência Específica da BNCC, estabelecem-se seis habilidades que precisam ser desenvolvidas ao longo do Ensino Médio e que trabalham diretamente com os conceitos das mais diferentes funções. São elas:

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de



representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, PH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria (BRASIL, 2018, p. 536).

Dada a importância da formulação e resolução de problemas estabelecidos na BNCC (BRASIL, 2018), torna-se intrínseca a relação dos conteúdos trabalhados com o cotidiano do aluno para que a Matemática desenvolvida na escola contribua para a formação cidadã e a construção dos conhecimentos necessários ao melhor desenvolvimento da sociedade. Dessa forma, é preciso também relacionar os conceitos das diferentes funções estudadas em sala de aula como ferramentas para a resolução de problemas do cotidiano. Em vista disso, nesse seguimento, apresenta-se o conceito estabelecido por diferentes autores de cada uma das funções presentes no currículo do Ensino Médio e algumas das possíveis aplicações desses conhecimentos matemáticos.

Souza e Garcia (2016, p. 75, grifos dos autores) afirmam que

Uma função  $f: R \rightarrow R$ , que todo número  $x \in R$  associa o número  $ax + b$ , com  $a$  e  $b$  reais, é chamada **função afim**."

$$x \rightarrow ax + b$$

$$f(x) = ax + b \text{ ou } y = ax + b$$

Dizemos de  $a$  e  $b$  são os **coeficientes** da função.

Os autores ainda definem **função linear** como sendo uma função afim em que o coeficiente  $b$  é igual a zero, sendo  $f(x) = ax$ . A **função identidade** é a função afim na qual o coeficiente  $a$  é igual a 1, e o coeficiente  $b$  é igual a zero, sendo a função  $f(x) = x$ .

Com base nessas definições e análise dos problemas adotados por Souza e Garcia (2016), Dante (2013) e Paiva (2015) para representar a aplicação da função afim, percebe-se que o seu emprego no cotidiano ocorre a partir de problemas que envolvem grandezas direta ou inversamente proporcionais. O conceito de função

afim pode ser utilizado para determinar velocidade média, custo versus consumo, pressão versus profundidade, entre outros. O exemplo apresentado por Dante (2013, p. 72) explicita a ideia de proporcionalidade:

Em uma situação cotidiana, como a de ir a uma padaria, podemos observar a presença dos conteúdos matemáticos. Por exemplo, se 1 pão do tipo baguete custa R\$ 2,50, então 2 pães custarão R\$ 5,00, 3 pães custarão R\$ 7,50, e 4 pães, R\$ 10,00; ou seja, ao dobrar o número de pães, dobra o valor a pagar, ao triplicar o número de pães, triplica o valor a pagar, e assim por diante.

Em relação à função quadrática, Dante (2013, p. 103, grifos do autor) destaca que

Uma função  $f: R \rightarrow R$  chama-se **quadrática** quando existem números reais  $a, b, c$ , com  $a \neq 0$ , tal que  $f(x) = ax^2 + bx + c$  para todo  $x \in R$ .

$$f: R \rightarrow R$$

$$x \rightarrow ax^2 + bx + c$$

A aplicação dos conceitos de função quadrática no cotidiano ocorre em problemas que envolvem, por exemplo, áreas de figuras planas; trajetória de um objeto em lançamento ou em queda; função do tempo e economia para analisar a curva de possibilidade de produção (CPP). Um exemplo de tal aplicação é dado por Souza e Garcia (2016, p. 126):

Pedro pretende cercar uma região retangular em sua chácara para criar galinhas. Para isso, ele comprou 80m de tela e pretende usá-la de modo a obter a maior área possível para o galinheiro. Quais devem ser as medidas dos lados desse galinheiro? Qual será a área máxima desse galinheiro?

Com relação às funções modulares, Paiva (2015, p. 207, grifos do autor) afirma que

cada número real  $x$  tem um único módulo, definido por:

$$|x| = x, \text{ se } x \geq 0 \text{ e } |x| = -x, \text{ se } x < 0$$

Logo, podemos definir que uma função  $f: R \rightarrow R$ , que associa cada número real  $x$  ao seu módulo, isto é,  $f(x) = |x|$ . Essa função, chamada de **função modular**, pode ser representada da seguinte forma:

$$f(x) = |x| \leftrightarrow f(x) = \{x, \text{ se } x \geq 0 \quad -x, \text{ se } x < 0$$

Os conceitos de funções modulares são utilizados no cotidiano quando se necessita representar o valor absoluto de um número real, como, por exemplo, ao se calcularem a distância, amplitude térmica, força de carga elétrica, entre outros.

Um exemplo de aplicação é apresentado por Paiva (2015, p. 210, grifos do autor) no seguinte problema:

Em determinado momento, um automóvel passou à velocidade de 90 km/h por um ponto  $P$ , que marca o início de um trecho reto de 18 km da estrada. Dois minutos depois, outro automóvel passou por  $P$  à velocidade de 120 km/h, no mesmo sentido do movimento do primeiro automóvel. Sabendo que os dois veículos mantiveram suas velocidades constantes durante todo o trecho reto, responda aos itens a seguir.

- Calculem o tempo decorrido, em minuto, desde o instante em que o segundo veículo passou por  $P$  até o instante em que ele alcançou o primeiro.
- Em quanto tempo, em minuto, o segundo veículo percorreu todo o trecho reto?
- Obtenha a lei de associação que expressa a distância  $d$ , em quilômetro, entre os automóveis em função do tempo  $t$ , em minuto, desde o instante em que o segundo veículo passou por  $P$  até o instante em que ele terminou o trecho reto.
- Construa o gráfico da função obtida no item c.

Em relação às funções exponenciais, Souza e Garcia (2016, p. 144) apresentam esta definição: “Uma função  $f: R \rightarrow R_+$ , definida por  $f(x) = a^x$  ou  $y = a^x$ , com  $a > 0$  e  $a \neq 1$ , é denominada **função exponencial**.”

Os conceitos de função exponencial são comumente utilizados em Química e Biologia para apresentar o crescimento e/ou decrescimento de fenômenos da natureza, tais como, crescimento de bactérias, decrescimento radioativo. Esse tipo de função também é aplicado na Matemática Financeira a fim de determinar o montante de juro composto. Paiva (2015, p. 228) anuncia um exercício que exemplifica a aplicação de função exponencial:

Um pesquisador observou que uma população de bactérias cresce 20% ao dia.

- Se atualmente a população é de 10.000 indivíduos, escreva uma equação que expresse o número  $P$  de indivíduos em função do tempo  $t$ , em dia.
- Qual será a população daqui a cinco dias? [Dado:  $(1,2)^5 \approx 2,49$ .]

No que concerne à função logarítmica, Souza e Garcia (2016, p. 168, grifos dos autores) a conceituam como sendo “Uma função  $f: R_+^* \rightarrow R$ , definida por  $f(x) = \log_a x$  ou  $y = \log_a x$ , com  $a > 0$  e  $a \neq 1$ , é denominada **função logarítmica**.”

Referente à aplicabilidade do conceito desse tipo de função, Paiva (2015, p. 247) destaca que

vários problemas do cotidiano ou do universo científico relacionam grandezas que crescem ou decrescem através do produto por taxas

constantes: juros em aplicações financeiras, crescimento populacional, decaimento radioativo, depreciação de um bem etc. O estudo desses problemas exige o conhecimento das **funções exponencial e logarítmica**, com as quais economistas fazem projeções, geógrafos estudam populações, biólogos avaliam crescimento de culturas bacteriológicas e químicos estimam o tempo de duração de substâncias radioativas.

Souza e Garcia (2016, p. 168) apresentam um exercício que exemplifica a aplicação dos conceitos de função logarítmica no cotidiano, a saber:

O nível sonoro de um ambiente, em decibéis (dB), pode ser calculado pela lei de Weber-Fechner, que é dada por  $N = 10 \log \left( \frac{I}{10^{-12}} \right)$ , em que  $I$  é a intensidade sonora medida em watts por metro quadrado ( $W/m^2$ ). Qual o nível sonoro da respiração normal de uma pessoa que tem intensidade de  $10^{-11} W/m^2$ ?

Quanto às funções trigonométricas, presentes, geralmente, no currículo do 2º ano do Ensino Médio, Balestri (2016, p. 38, grifos do autor) apresenta definições para função seno e função cosseno da seguinte forma:

Denominamos **função seno** a função  $f: R \rightarrow R$ , dada por  $f(x) = \sin x$ , que associa cada número real  $x$  ao correspondente seno de  $x$ . [...] Denominamos **função cosseno** a função  $f: R \rightarrow R$ , dada por  $f(x) = \cos x$ , que associa cada número real  $x$  ao correspondente de  $x$ .

Souza e Garcia (2016, p. 24) expõem alguns exemplos de aplicações das funções trigonométricas. Em efeito,

São diversas as aplicações da Trigonometria em diferentes campos do conhecimento, como na realização de cálculos de distâncias inacessíveis (Trigonometria nos triângulos) e o estudo de fenômenos periódicos. Esses fenômenos possuem oscilações que se repetem sistematicamente e podem ser observados na Música, por exemplo.

Portanto, os mais diversos fenômenos, físicos ou sociais, que apresentam comportamento cíclico podem ser modelados pelas funções trigonométricas. Isso pode ser observado na atividade proposta por Iezi et al (2010, p. 61):

Em uma pequena roda-gigante, a altura (em metros) em que um passageiro se encontra no instante  $t$  (em segundos), é dada pela lei:

$$h(t) = 6 + 4 \cdot \sin \left( \frac{\pi}{12} \cdot t \right), \text{ para } t \in [0, 270].$$

- No início do passeio, a que altura se encontra o passageiro?
- A que altura se encontra o passageiro após 9 s do início? Use a aproximação  $\sqrt{2} = 1,4$ .
- Qual é a altura mínima que esse passageiro atinge no passeio?
- Qual é o tempo necessário para a roda-gigante dar uma volta completa?
- Quantas voltas completas ocorrem no passeio?

Com o até aqui exposto, conclui-se que existe um amplo campo de estudo das mais variadas funções no currículo do Ensino Médio. Este, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), deve desenvolver as habilidades dos alunos que servirão para resolver problemas no decorrer de suas vidas. Portanto,

os problemas cotidianos têm papel fundamental na escola para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos, considerando que o cotidiano não se refere apenas às atividades do dia a dia dos estudantes, mas também às questões da comunidade mais ampla e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 535).

Assim, preocupar-se com o ensino contextualizado desses e de outros conceitos, matemáticos ou não, não é apenas uma possibilidade, mas uma exigência dos tempos pós-modernos. No entanto, os problemas envolvendo cada tipo de função citados anteriormente ressaltam os tipos de atividades comuns nos livros didáticos que, embora digam respeito a fenômenos reais, não retratam os matemáticos no contexto da pecuária. Sendo assim, cabe ao professor identificar as características marcantes do cotidiano da sua escola e elaborar seus próprios problemas matemáticos com base no contexto dessa escola, possibilitando que seus alunos enxerguem a Matemática que os cerca.

Trabalhar a Matemática de forma contextualizada é a essência da Modelagem. Desse modo, no capítulo a seguir, apresenta-se um estudo sobre essa metodologia, destacando ideias de autores que embasam a prática pedagógica efetivada para a realização desta dissertação.

## **2.2 Modelagem Matemática**

A Modelagem surgiu no cenário educacional brasileiro no final da década de 1970 e início da de 1980 (BIEMBENGUT, 2009). No intuito de deixar a Matemática mais próxima da realidade, a aplicabilidade dos seus conceitos se tornou o enfoque da Modelagem. Para D' Ambrósio (1989, p. 17), a Modelagem “tem sido utilizada como uma forma de quebrar a forte dicotomia existente entre a matemática escolar formal e a sua utilidade na vida real”.

Com a preocupação de demonstrar a aplicabilidade da Matemática no cotidiano, diversos pesquisadores têm se empenhado em estudar a Modelagem.

Segundo Quartieri e Knijnik (2012), alguns desses autores são Dionísio Burak, Maria de Salett Biembengut e Rodinei Carlos Bassanezi.

Para Bassanezi (2002, p. 44, grifos do autor), “A *atividade de aplicar matemática* é tão antiga quanto à própria matemática”. Porém, na maioria das vezes, os teoremas matemáticos são ensinados seguindo esta ordem: “**enunciado – demonstração - aplicação**” (Ibidem, p. 36, grifos do autor). Entretanto, poderiam percorrer os itens motivação, formulação e validação de hipóteses e, finalmente, o enunciado. “Estaríamos assim reinventando o resultado juntamente com os alunos, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensino-aprendizagem” (Ibidem).

Biembengut e Hein (2004, p. 106) defendem que, “Em meio a transformações contínuas, não basta ter conhecimento específico sobre uma questão e exercer sua mera transmissão. É fundamental, cada dia, obter novos conhecimentos e habilidades na aplicação e socialização dos mesmos”. Nesse sentido, a Modelagem deveria partir de uma situação-problema de interesse dos alunos e, então, “seguir procedimentos da pesquisa científica” (BIEMBENGUT, 2012, p. 199). A autora ainda afirma que “A arte da MM<sup>9</sup> está em guiar os estudantes para uma adequada compreensão do meio em que vivem e o potencial da MM adquirida, pô-las em prática” (BIEMBENGUT, 2012, p. 132).

Burak (1992, p. 62), por sua vez, assegura que a Modelagem “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”. Ainda segundo o autor, ela deve partir de duas proposições “1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas; 2) os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas” (Ibidem). Destarte, compreende-se que o ensino na perspectiva da Modelagem busca relacionar fenômenos do dia a dia com a Matemática evidenciada em sala de aula. Burak (1992) acrescenta que o foco principal da Modelagem é explicar matematicamente “fenômenos presentes no cotidiano” e, assim, contribuir para que

---

<sup>9</sup> A autora usa MM para Modelagem Matemática.

os estudantes esboçam seus próprios prognósticos acerca desses fenômenos e tomem decisões mais acertadas.

Quartieri e Knijnik (2012, p. 12) corroboram as ideias de Burak, Bassanezi e Biembengut ao afirmarem que a Modelagem “propõe estabelecervínculo da Matemática com o mundo real, ou seja, fazer “a ponte” com a vida cotidiana por meio da utilização da Modelagem Matemática”. Para Vertuan (2010, p. 2), o modelo matemático construído a partir desse mundo real se torna “uma representação da realidade sob a ótica daqueles que investigam a situação”.

Assim, instigado pelo desejo de vincular os conceitos matemáticos ao cotidiano de quem os estuda e ao aprofundar seus estudos sobre a Modelagem, cada pesquisador acaba elaborando uma definição. Em efeito,

*Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2002, p. 24, grifos do autor)*

Biembengut e Hein (2007), por sua vez, definem Modelagem como um processo que abrange a aquisição de um modelo. Ainda segundo os autores, esse processo,

*[...] sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para elaborar um modelo, além do conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas (BIEMBENGUT, HEIN, 2007, p. 12).*

Bassanezi (2002, p. 31) complementa a ideia de Burak (1992) ao sustentar que a “modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças”. Dessa forma, a Modelagem deixa de ser apenas uma estratégia diferente para o ensino de conteúdos matemáticos e se torna uma “alternativa para a formação crítica dos alunos, os quais vivem numa sociedade em constante mudança” (VERTUAN, 2010, p. 6).

Neste momento, cabe lembrar que não existe receita pronta para ensinar por meio da Modelagem, pois essa estratégia de ensino propõe que “a receita” seja

construída e reconstruída no processo de ensino. No entanto, Bassanezi (2002), Biembengut (1999 e 2004) e Burak (1992 e 2004) fornecem passos que podem ser utilizados na busca de um modelo matemático.

Bassanezi (2002, p. 26) sustenta que, “A modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas”. De acordo com autor, as etapas são: 1) Experimentação, 2) Abstração, 3) Resolução, 4) Validação e 5) Modificação. Com relação à **experimentação**, ele afirma que se trata do processamento dos dados obtidos. Ademais, esclarece que o objetivo da pesquisa e a natureza do experimento ditam os métodos utilizados nessa fase; porém, a utilização de dados estatísticos pode conceder confiabilidade aos resultados.

Sobre a etapa de **abstração**, Bassanezi informa que se refere ao processo de formulação de modelos matemáticos e que essa etapa apresenta quatro sub etapas, sendo elas: a) Seleção das variáveis, que é o momento no qual se distinguem as variáveis de estado que simplesmente descrevem um fenômeno das variáveis de controle que agem sobre esse fenômeno; b) Problemática ou formulação dos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando. Nesta, deve-se deixar claro o que se pretende investigar e de que maneira. c) Formulação de hipóteses é a que ocorre a partir da observação, comparação, dedução, experimentação, entre outras. O pesquisador percebe e analisa a frequência com que as variáveis envolvidas se inter-relacionam, bem como se realiza a montagem do modelo matemático. d) Simplificação, nesta sub etapa, segundo Bassanezi (2002), acontece a simplificação dos dados obtidos com o intuito de resolvê-los, já que a maioria dos problemas matemáticos são complexos e inviáveis de serem estudados. Então, é preciso voltar ao problema original e coibir algumas informações a ele incorporadas, mas sem desfigurá-lo.

Com relação à etapa da **resolução**, Bassanezi (2002) afirma que resolver o modelo proposto consiste em uma atividade propriamente matemática, podendo ser totalmente desvinculada da realidade em que foi modelada. Ainda, segundo o autor, um modelo matemático é obtido quando a linguagem das hipóteses é substituída pela da matemática. Já a **validação** é o momento em que hipóteses e modelo formulado são confrontados. Nessa etapa, de acordo com o pesquisador, o modelo proposto pode ser aceito ou não; isso dependerá do modelador, que deverá analisar



seus objetivos relativos à pesquisa, bem como os recursos disponíveis para executá-la. Por sua vez, a **modificação**, última etapa relatada por Bassanezi (2002), trata do aprofundamento da teoria e reformulação do modelo. O autor ainda afirma que nenhum modelo deve ser considerado definitivo, e que “modelo bom” é aquele que proporciona a formulação de novos modelos.

Biembengut (1999 e 2004) propõe que a Modelagem envolva diversos procedimentos, os quais agrupou em três etapas: Interação, Matematização e Modelo Matemático. No entanto, para colocar em prática a Modelagem como método de ensino, ela sugere sete passos: 1) Exposição do assunto; 2) Delimitação do problema; 3) Formulação do problema; 4) Desenvolvimento de conteúdo programático; 5) Apresentação de exemplos análogos; 6) Formulação de um modelo matemático e resolução do problema a partir do modelo; 7) Interpretação da solução e validação do modelo.

Biembengut e Hein (2004) esclarecem que o primeiro passo – Exposição do assunto - consiste na introdução do tema feita pelo professor para instigar os alunos a questionarem o tópico abordado. No segundo- Delimitação do problema-, os autores explicam que devem ser selecionadas uma ou mais questões levantadas pelos alunos por meio das quais se deseja aprofundar os conhecimentos e desenvolver os conteúdos programáticos. Se for necessário, pode ser realizada uma pesquisa bibliográfica ou consulta a um especialista acerca do assunto. Sobre o terceiro – Formulação do problema -, Biembengut e Hein (2004) afirmam que se trata do momento em que os estudantes formulam hipóteses e organizam os dados para construir os problemas matemáticos propriamente ditos. No quarto – Desenvolvimento de conteúdo programático - são apresentados os conceitos e definições matemáticas dos conteúdos programáticos, estabelecendo relação com as questões selecionadas no segundo passo.

No quinto passo – Apresentação de exemplos análogos -, buscam-se exemplos e semelhanças do que está sendo desenvolvido com fenômenos do cotidiano do aluno. Biembengut e Hein (2004) também orientam que deve ser promovido o uso de diferentes tecnologias presentes na vida dos estudantes. No sexto – Formulação de um modelo matemático e resolução do problema a partir do modelo -, segundo os autores, é o momento de retomar o problema que gerou toda

a investigação e respondê-lo, validando o modelo encontrado. No que concerne ao sétimo e último – Interpretação da solução e validação do modelo -, os nomeados pesquisadores esclarecem que os estudantes devem avaliar/validar o modelo proposto, pois isso os auxiliará na compreensão dos resultados obtidos.

Para Burak (1992, p. 178) “A deflagração do processo da Modelagem Matemática [...] pode se dar a partir da escolha de um tema. A escolha desse tema dá-se: por interesse, por simples curiosidade ou, ainda, por configurar uma situação-problema”. Ainda segundo Burak (2004, p. 3), “Para fins de encaminhamentos do trabalho na sala de aula, a Modelagem Matemática é desenvolvida em cinco etapas”, a saber: 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; 5) Análise crítica da (s) solução (es).

A primeira etapa - Escolha do tema - pode ocorrer por interesse dos alunos, curiosidade ou por uma situação-problema do seu cotidiano. O autor afirma que os temas levantados, a princípio, não têm nenhuma relação com a Matemática. Na segunda – Pesquisa exploratória -, é o momento de conhecer melhor o objeto de estudo e, para isso, os estudantes deverão se organizar e fazer perguntas para obterem as respostas de que precisam. Burak (2010, p. 21) afirma que “Essa etapa possibilita a formação de um estudante mais atento, mais sensível às questões do seu objeto de estudo”.

Na terceira – Levantamento dos problemas -, os dados levantados na etapa anterior darão sustentação ao levantamento de problemas. Burak (2010) destaca que o papel do professor deve ser o de mediador, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia dos alunos. É nessa etapa também que se inicia a ação matemática propriamente dita. Na quarta – Resolução dos problemas e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema – faz-se uso de todo o artefato matemático. Burak (2010) salienta que nela o professor, atuando como mediador, deve trabalhar com a formulação de conceitos que os discentes ainda não dominam, orientando-os a pesquisar em livros, bem como incentivá-los a buscar soluções para o problema. A quinta e última etapa – Análise crítica da (s) solução (ões), segundo Burak (2010, p. 24), “é um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas”. Para o referido autor, apresentar e discutir o

problema elencado, os instrumentos de pesquisas utilizados, bem como as soluções determinadas, constituem o ponto forte da Modelagem. Ressalta-se que a clareza de como os passos são apresentados e a flexibilidade na escolha do tema auxiliaram a pesquisadora na decisão de seguir os passos propostos por Burak.

Embora os conceitos e passos elaborados e descritos por seus pesquisadores facilitem o processo de modelação de quem deseja utilizar a Modelagem como metodologia ou estratégia de ensino, cabe salientar que é preciso dar o primeiro passo e tentar colocar em prática a Modelagem, pois só se aprende modelar, modelando. Ademais, a partir da análise crítica da própria prática, é necessário aprimorar o que deu certo, ajustar o que não funcionou e insistir em tornar seus alunos investigadores, protagonistas e construtores do próprio conhecimento.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 14), documento que norteia a Educação Básica no Brasil, define que está, entre as finalidades do Ensino Médio na contemporaneidade, a “construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea”. Para isso, a escola deve, entre outras coisas, “garantir o protagonismo dos estudantes em sua aprendizagem e o desenvolvimento de suas capacidades de abstração, reflexão, interpretação, proposição e ação, essenciais à sua autonomia pessoal, profissional, intelectual e política” (Ibidem, p. 465). Assim, é possível intuir que a Modelagem atende a esses desejos estabelecidos pela BNCC e que contribui para que os alunos atuem como sujeitos do próprio aprendizado, estabelecendo relação entre os conteúdos do currículo escolar e o contexto em que eles se encontram inseridos. Dessa forma, possibilitam o desenvolvimento de competências críticas com relação às situações do seu cotidiano.

Mesmo sendo uma metodologia que se “encaixa” nos ideais da BNCC, é possível que a Modelagem cause ansiedade em alguns (muitos) professores. Burak (2010, p. 19) afirma que esse temor, às vezes, surge já na escolha do tema com questionamentos, como: “se há matemática no tema e, ainda, qual matemática poderá ser desenvolvida”? O autor afirma que essas questões estão presentes no

cotidiano escolar, especialmente se a escola tiver um programa a ser cumprido, o que deve acontecer em praticamente todas as instituições de ensino brasileiras, pois, ao se estabelecer uma base comum, encontra-se implícita uma demanda de conteúdos nas mais diversas disciplinas, inclusive na Matemática. Essa preocupação, bem como a da cronologia dos conceitos matemáticos, pode inviabilizar a utilização da Modelagem como metodologia de ensino.

Outro fator que pode impedir o desenvolvimento da Modelagem é o controle em sala de aula, o que tem deixado os professores aflitos. A preocupação por ser quem define o quê, como e quando vai ser estudado não acontece na Modelagem. Ao utilizá-la, o docente precisa se desprender desse tipo de domínio e se portar como mediador do processo de ensino. Seu trabalho é árduo, pois ele deve estar atento para não deixar as possibilidades de aprendizagem passarem despercebidas; instigar e não dar respostas prontas; preparar minuciosamente as aulas; aderir a novos conteúdos que poderão surgir no decorrer dos encontros.

Embora seja desafiador trabalhar com Modelagem, muitos professores/pesquisadores têm enfrentado esse desafio. Uma breve pesquisa na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, tendo a Modelagem como palavra-chave, concede a dimensão desses estudos. Assim, em seguida, apresenta-se a análise realizada em algumas teses e dissertações consideradas relevantes e que apresentam a Modelagem como metodologia de ensino, particularmente em estudos sobre as funções.

### **2.3 Estudos sobre Modelagem Matemática, Funções e Pecuária**

Com o propósito de se inteirar mais sobre os temas deste estudo – Modelagem e funções –, realizaram-se buscas no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) por pesquisas desenvolvidas no campo acadêmico entre os anos 2007 e 2018. As consultas visavam, inicialmente, pesquisas que trabalhassem os temas Modelagem e Funções em Sala de Aula. Após a definição do tema Pecuária, novas procuras foram realizadas, acrescentando o referido tema às pesquisas. No Quadro 1, estão os descritores utilizados e as respectivas quantidades de teses e dissertações encontradas.

Quadro 1 – Pesquisas realizadas no site da BDTD e seus respectivos resultados

DESCRIPTOR UTILIZADO	QUANTIDADE DE RESULTADOS ENCONTRADOS
Modelagem Matemática	2239 dissertações e 981 teses
Modelagem Matemática e Funções	196 dissertações e 73 teses
Modelagem Matemática, Funções e Pecuária	01 dissertação
Modelagem Matemática e Pecuária	07 dissertações e 05 teses
Funções e Pecuária	32 dissertações e 14 teses

Fonte: Das autoras (2019).

Com o resultado elevado de teses e dissertações, foi necessário refinar a busca para atender aos anseios deste estudo. Assim, no primeiro momento, lia-se o título e, caso este se adequasse ao tema da investigação, o resumo. Confirmada a sua relevância, o trabalho era salvo para uma posterior e aprofundada leitura. Dessa forma, aproximadamente, trinta teses e dissertações foram selecionadas, identificando os objetivos e o problema de pesquisa. Em seguida, ficharam-se duas teses e oito dissertações que, em alguns aspectos, condiziam com os interesses da pesquisadora em trabalhar conceitos de funções utilizando a Modelagem. No Quadro 2, apresentam-se as informações desses trabalhos.

Quadro 2 – Trabalhos analisados

TÍTULO DO TRABALHO	ANO	AUTOR (A)	PROGRAMA	TIPO
<i>Modelagem Matemática com simulação computacional na aprendizagem de funções</i>	2007	Ross Alves do Nascimento	PPGE – UFP	Tese
<i>Uso de Programação Linear como ferramenta pedagógica e gerencial na produção agropecuária: o caso da Escola-fazenda Canuanã</i>	2012	Carina Simionato de Barros	PPGNPA – USP	Tese
<i>Estudando Conteúdos Matemáticos com direcionamentos de Modelagem</i>	2011	Lorena Luquini de Barros Abreu	PGEM – UFJF	Dissertação

<i>Matemática: O caso da Função Afim</i>				
<i>Modelagem Matemática e introdução da função afim no Ensino Fundamental</i>	2011	Belissa Schönardie	PPG-EMAT – UFRGS	Dissertação
<i>Modelagem Matemática e o ensino de Função de 1º Grau</i>	2011	Luiz Gonçalves Filho	PEPGEM – PUC	Dissertação
<i>Estudo de Função Afim através da Modelagem Matemática</i>	2013	Soraya Martins Camelo	PROFMAT/CT – UFCG	Dissertação
<i>Modelagem Matemática e Tecnologias da Informação e Comunicação como ambiente para abordagem do conceito de Função segundo a Educação Matemática Crítica</i>	2013	Neuber Silva Ferreira	PPGEDMAT – UFOP	Dissertação
<i>A caracterização da Função Afim como ferramenta na Modelagem de problemas Matemáticos.</i>	2015	Francisco Eudes da Silva	PPGMRN – UFC	Dissertação
<i>O estudo da Função Afim no Ensino Médio com apoio de uma atividade experimental</i>	2015	Ainá Montessanti Selingardi	PPGCE – UFSCar	Dissertação
<i>Modelagem Matemática para a aprendizagem significativa de Função do Primeiro Grau</i>	2018	Fernanda Marchioro	PPGECiMa – UCS	Dissertação

Fonte: Das autoras (2019).

Em sua tese, Nascimento (2007) propõe a Modelagem com a utilização do *software* Modellus e problemas abertos construídos pelo próprio autor. Para desenvolver as atividades, ele selecionou três duplas de alunos de Licenciatura em Matemática que dispunham de tempo e conhecimentos sobre o Modellus. O objetivo foi

identificar as habilidades mobilizadas por estudantes da licenciatura em matemática na aplicação do conceito de função, explorando uma estratégia de modelagem matemática que faz uso da construção de simulações computacionais por via do *software* Modellus (NASCIMENTO, 2007, p. 88).

O trabalho comprovou que o uso de problemas abertos sob a perspectiva da Modelagem contemplou todas as etapas propostas nessa metodologia de ensino.

Para o pesquisador, o *software Modellus* foi decisivo para validar o modelo estabelecido pelos estudantes. O autor também enfatiza a importância dos termos estabelecidos no contrato didático, fundamentais ao desempenho dos alunos. O estudo desenvolvido confirma o que outros pesquisadores da Modelagem relatam: essa metodologia de ensino desenvolve e potencializa novas habilidades aos discentes.

Barros (2012), apresenta em sua tese uma proposta que teve como objetivo principal “Propor um modelo matemático aplicando a técnica de Programação Linear como ferramenta pedagógica e gerencial para uma escola-fazenda” (BARROS, 2012, p. 16). A pesquisa foi desenvolvida com os profissionais da escola-fazenda, que participaram desde a coleta de dados, formulação e aplicação do modelo estabelecido. Analisados os dados coletados das diferentes produções agropecuárias existentes, Barros constatou que, com a aplicação do modelo estabelecido, houve uma redução de 54,2% dos custos de produção, resultado da realocação dos recursos produtivos.

A nomeada pesquisadora apresenta e discute cada resultado da aplicação do modelo de programação linear em diferentes produções agropecuárias, inclusive os gastos com funcionários e alimentação da escola-fazenda. Ao concluir o trabalho, a autora ressalta os resultados produtivos a partir da Modelagem como estímulo à postura crítica, à busca por formação continuada e à pesquisa em diferentes áreas do conhecimento. O modelo proposto contribuiu significativamente para o planejamento da produção de uma escola-fazenda, otimizando a utilização de recursos e, embora tenha sido desenvolvido por profissionais da escola, pode ser utilizado como ferramenta pedagógica nas discussões acerca da escolha de produção em sala de aula.

Abreu (2011), por sua vez, produziu uma dissertação na qual explana os resultados de um trabalho realizado com quatro alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Estes utilizaram a pesquisa de campo para coletar informações e transformá-las em função afim, empregando como metodologia a Modelagem. Com esse trabalho, a autora objetivava

apresentar atividades envolvendo funções afins, de modo que os estudantes atribuam significados no seu uso em situações

contextualizadas. Tais atividades, voltadas ao cotidiano dos alunos, têm a finalidade de investigar temas de suas realidades com autonomia e criatividade (ABREU, 2011, p. 14).

A pesquisa apresentou resultados positivos, pois os alunos ficaram surpresos com a quantidade de Matemática presente na pizzaria, ambiente no qual coletaram os dados. Abreu também destaca o entusiasmo dos pesquisados com a metodologia de trabalho utilizada.

A dissertação de Schönardie (2011), expõe os resultados de um trabalho sobre função afim, utilizando a Modelagem como metodologia de ensino. A autora estuda os valores cobrados por três operadoras de telefonia celular com uma turma de sétimo ano. Para ela, o principal objetivo, ao desenvolver essa atividade, foi introduzir o conceito de função tratando de assuntos de interesse dos alunos.

Embora o trabalho pareça bastante semelhante a outros produzidos na área, a novidade na pesquisa de Schönardie (2011) é o desenvolvimento do conceito de função afim com estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental. Ao ler os relatos das aulas, observa-se que as dúvidas apresentadas pelos pesquisados são semelhantes às das turmas do Ensino Médio. O fato demonstra que é possível iniciar os conceitos de função já no sétimo ano quando, por exemplo, trabalha-se com grandezas direta e inversamente proporcionais.

Filho (2011), apresenta em sua dissertação os resultados de uma pesquisa que propunha

possibilitar a análise do desenvolvimento de algumas atividades da Proposta Curricular da Secretaria de Estado da Educação em forma de Modelagem. Ao desenvolver essa modelação, almeja-se, a posteriori, possibilitar aos alunos a observação de situações do cotidiano e interagir com as formas de representar funções – algébrica, gráfica, por meio de texto ou tabela. (FILHO, 2011, p. 20).

A proposta foi desenvolvida com uma turma do primeiro ano do Ensino Médio da rede pública de ensino e, dentre as contribuições da pesquisa, destaca-se o fato de a Modelagem aumentar o interesse dos alunos pela disciplina e estudos. Embora o autor não considere esse resultado uma caracterização da turma, evidencia os casos de indisciplina dos alunos da escola.



Em sua dissertação Camelo (2013), apresenta uma pesquisa desenvolvida com uma turma de 1º ano do Ensino Médio sobre função afim, e o tema Telefonia Celular foi escolhido pelos alunos. Assim, o principal objetivo da investigação foi “Propor uma Atividade Didática que consolide o conceito de Função Afim, através de uma aplicação, a fim de ilustrar a aplicabilidade, ante a contextualização, da Metodologia Modelagem Matemática” (CAMELO, 2013, p. 5). A autora expõe, gradualmente, o desenvolvimento do trabalho, utilizando a Modelagem como metodologia de ensino. Um fato relevante na pesquisa, subentendido no texto, é que aplicar a Modelagem envolve muito trabalho, tempo e dedicação do professor, mas que os resultados são bastante frutíferos. Camelo menciona um momento de “grande confusão”, que é o de resolver matematicamente os problemas levantados. Isso ocorre em função de os alunos estarem habituados a estudar (o que nem sempre resulta em aprender) de uma única maneira; já na Modelagem, eles precisam investigar e construir o próprio conhecimento.

A dissertação de Ferreira (2013), teve como principal objetivo “Investigar e ressaltar as contribuições didático-pedagógicas da Modelagem Matemática sob a perspectiva sociocrítica e a educacional e do uso de ambientes informatizados para a abordagem do conceito de função e para a formação cidadã dos estudantes” (FERREIRA, 2014, p. 71). A pesquisa contou com a participação efetiva dos estudantes desde o planejamento das aulas. A proposta foi aplicada em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio e considerou “a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem ao abordar o tema função na perspectiva da Educação Matemática Crítica com o auxílio de tecnologias informáticas” (FERREIRA, 2013, p. 13).

Esse estudo comprovou que o ensino da Matemática, atrelado à Modelagem, torna os estudantes mais participativos e críticos e concede à aprendizagem muitos significados. A Matemática começa a ser visualizada no cotidiano do aluno. É importante enfatizar que o pesquisador apresenta seus dilemas e dificuldades na implementação da Modelagem, o que demonstra que ensinar a partir dessa perspectiva demanda tempo, comprometimento e dedicação dos discentes e do professor/pesquisador.

O objetivo principal da dissertação de Silva (2015), foi “propor uma situação de modelagem em que o teorema de caracterização da função afim seja decisivo na escolha do modelo adotado” (SILVA, 2015, p. 7). O autor apresenta duas propostas para trabalhar a função afim por intermédio da utilização da Modelagem. A primeira é o Desenvolvimento de Bebês; a segunda aborda a Pilotagem Segura de Motos: Frenagem. Silva (2015) explica, de modo gradual, como trabalhar essas propostas à luz da Modelagem, utilizando as fases apontadas por Bassanezi e Biembengut. Embora as ideias sugeridas e a descrição das etapas da Modelagem estejam bem elaboradas, o estudo não foi aplicado, o que impede de sabermos os resultados, dificuldades e avanços da investigação.

Na dissertação de Selingardi (2015), a autora expõe os resultados de uma proposta de ensino para função afim, utilizando-se de uma atividade experimental e da Modelagem como metodologia de trabalho. As tarefas foram desenvolvidas com uma turma do primeiro ano do Ensino Médio. Selingardi (2015, p. 56-57) cita diversos motivos que a levaram à realização da sua pesquisa, dentre os quais, destacam-se

estimular a observação acurada e o registro cuidadoso dos dados; promover métodos de pensamento científico simples e de senso comum; desenvolver habilidades manipulativas; trabalhar com resolução de problemas; esclarecer a teoria e promover sua compreensão; vivenciar o processo de encontrar regularidades por meio da investigação; motivar e manter o interesse na matéria.

Embora mencione superficialmente a Modelagem, Selingardi conclui que o trabalho com atividades experimentais, em que os alunos visualizam e manuseiam as informações, apresentam resultados proveitosos. Outro fato interessante, segundo ela, é a inclusão das tecnologias digitais como ferramentas de ensino; nesse caso, o uso do Excel. Mesmo sem aprofundar o tema, a autora destaca que a utilização de tais tecnologias na validação do modelo matemático é crescente e pode tornar a aula muito mais atrativa ao aluno.

Por fim, a dissertação de Marchioro (2018), apresenta como objetivo principal “Avaliar as contribuições de uma sequência didática que utiliza modelagem matemática, para promover a aprendizagem significativa do conceito de função do primeiro grau e de suas propriedades” (MARCHIORO, 2018, p. 17). Neste sentido, o autor expõe resultados de uma sequência didática em que utilizou a Modelagem

como estratégia de ensino. O trabalho foi aplicado em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio visando à aprendizagem do conceito de função do primeiro grau e suas propriedades. O estudo demonstrou um entrelaçamento interessante da teoria de aprendizagem com o procedimento e a estratégia de ensino, o que denota sua contribuição.

Embora encontrada uma quantidade razoável de pesquisas mediante o uso das palavras-chave Modelagem Matemática X Funções X Pecuária, observou-se que o vocábulo Funções ganhou significados, como conformidade e dependência, diferentes do proposto nesta investigação. Com relação à Modelagem, os trabalhos achados tratam de modelos que o pesquisador desenvolveu (ou simplesmente estudou), aplicou e discutiu os resultados, diferente do enfoque desta pesquisa, que visava encontrar produções de teses e/ou dissertações que apresentassem três temas relacionados a uma prática de ensino.

A breve pesquisa sobre estudos de outros autores demonstra que, a partir da Modelagem, o ensino da Matemática pode ser promissor em sala de aula, evidenciando as potencialidades da metodologia, sobretudo, o enfoque contextualizado dos conteúdos da disciplina em questão. Em efeito, as investigações convergem para os resultados produtivos que essa metodologia de ensino proporciona, como, por exemplo, a melhoria do interesse dos alunos pelo que está sendo desenvolvido, bem como a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Ademais, contribui para a formação de estudantes pesquisadores e protagonistas no processo de aprendizagem, com postura reflexiva e possibilidade de produzir trabalhos de forma multidisciplinar.

Alguns trabalhos evidenciam que é preciso planejar minuciosamente a prática pedagógica, o que não impede o surgimento de surpresas. Camelo (2013), por exemplo, cita um momento de “grande confusão” ocorrido durante o desenvolvimento da sua pesquisa, pois os alunos estavam habituados a esperar que o professor tomasse as decisões por eles, o que não acontece na Modelagem. Destarte, esses estudos ajudaram a pesquisadora a compreender melhor os desafios e possibilidades no desenvolvimento de uma pesquisa que envolve a Modelagem como metodologia de ensino.

Os trabalhos aqui citados foram valiosos à elaboração desta dissertação pois, ao estudá-los, a pesquisadora compreendeu melhor o processo de ensino a partir das perspectivas da Modelagem, bem como analisar diferentes abordagens dessa metodologia. Dessa forma, sempre que necessário, ela retornava a tais trabalhos para entender como deveria desenvolver cada etapa da sua pesquisa, de maneira que seu papel fosse apenas a de mediadora.

Cumprir destacar que, embora seja um trabalho sob a perspectiva da Modelagem, com etapas semelhantes aos demais estudados, a presente pesquisa, desenvolvida com o grupo de alunos voluntários, apresenta características diferentes. Mesmo que uma das investigações analisadas tenha sido desenvolvida com enfoque na Modelagem, funções e pecuária, não foi encontrado nenhum trabalho semelhante aplicado a uma turma de Educação Básica.

Posto isso, no próximo capítulo, descrevem-se os procedimentos e métodos utilizados na coleta e análise de dados adotados na pesquisa. Além disso, expõe-se detalhadamente a prática pedagógica, tendo como metodologia a Modelagem.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo se subdivide em duas sessões. A primeira descreve a forma como a pesquisa aconteceu, expondo os procedimentos de coleta e análise de dados. Na segunda, detalha-se a prática pedagógica, apresentando o grupo e a escola na qual o estudo foi desenvolvido, bem como cada etapa para a execução da prática baseada nas proposições de Burak (2010).

#### 3.1 Sobre a pesquisa

De acordo com Gil (2002, p. 17), a pesquisa científica pode ser definida como um “procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”. Ainda segundo o autor, faz-se necessário o uso cuidadoso de métodos e técnicas científicas, pois a investigação se desenvolve “ao longo de um processo que envolve inúmeras fases, desde a adequada formulação do problema até a satisfatória apresentação dos resultados” (Ibidem).

Em relação aos métodos e técnicas utilizadas para a coleta e análise dos dados, uma pesquisa científica pode apresentar características que a define como qualitativa, quantitativa ou quali-quantitativa. Yin (2016, não paginado (grifos do autor), apresenta cinco delas para definir a pesquisa qualitativa.

1. estudar o significado da vida das pessoas, nas condições da vida real;
2. representar as opiniões e perspectivas das pessoas [...] de um estudo;
3. abranger as condições contextuais em que as pessoas vivem;
4. contribuir com revelações sobre conceitos existentes ou emergentes que podem ajudar a explicar o comportamento social humano; e
5. esforçar-se por usar *múltiplas fontes de evidência* em vez de se basear em uma única fonte.

A presente pesquisa pode ser caracterizada como qualitativa, pois, ao buscar atender aos objetivos estabelecidos, preocupou-se com a subjetividade do seu objeto, analisando o contexto social no qual o grupo pesquisado está inserido. Ademais, estudou a realidade de seus integrantes, analisando as suas opiniões e perspectivas em relação às tarefas desenvolvidas e, assim, contribuir com descobertas para explicar o comportamento social do referido grupo, utilizando diferentes fontes de evidência para demonstrar as conclusões.

Neste momento, é relevante informar que esta pesquisa investigou fenômenos da pecuária local que são indissociáveis das características do grupo participante, considerando-se, inclusive, o seu modo de vida e contexto em que se encontra inserido. Ademais, buscou-se verificar como ocorreria o processo de estudo das funções partindo do tema Pecuária, exclusivamente nesse grupo de alunos com vivência extremamente ligada à vida do campo.

Segundo Yin (2001), é necessário utilizar “fontes de evidências” para registrar um diagnóstico dos resultados da pesquisa. Entre elas, encontram-se entrevistas, observação participante e artefatos físicos. As primeiras podem ser uma fonte relevante para a pesquisa, pois, além de gerarem informações, observam indiretamente os fenômenos. O autor acrescenta que, na observação participante, o pesquisador não é apenas um observador passivo. Essa modalidade foi aplicada na realização dos encontros, *online* e presenciais, com o grupo de alunos, pois, na qualidade de professora/pesquisadora<sup>10</sup>, torna-se impossível ser passiva. Com relação aos artefatos físicos, para Yin (2001, p. 118), pode se tratar de “um aparelho de alta tecnologia, uma ferramenta ou instrumento, uma obra de arte ou alguma outra evidência física”, que são utilizados para comprovar os resultados obtidos na pesquisa.

Com base no que foi descrito, ressalta-se que, nesta pesquisa, utilizaram-se, como métodos de coletas de dados, gravações das reuniões/encontros em áudio e vídeo, diário de campo utilizado pela professora/pesquisadora, fóruns interativos no *Google Sala de Aula* e entrevistas com cada aluno participante. Todos esses instrumentos foram empregados para garantir a fidelidade do relato da experiência pedagógica realizada e da análise dos dados emergentes.

A entrevista é definida por Gil (2002, p. 115) como uma “técnica que envolve duas pessoas numa situação “face a face” e em que uma delas formula questões e a outra responde”. No presente trabalho, utilizada como último instrumento de coleta de dados, ela buscou avaliar o desenvolvimento da prática pedagógica pela perspectiva dos alunos, sendo realizada individualmente com cada integrante do grupo voluntário por meio do *WhatsApp*.

---

<sup>10</sup> A partir da metodologia, o termo professora/pesquisadora é utilizado para se referir à primeira autora desta dissertação, pois, no decorrer da prática pedagógica, o seu intuito foi assumir esses dois papéis.

A escolha (da entrevista) para essa coleta ocorreu por ser tratar de um grupo reduzido de participantes e um método que, como afirma Gil (2002), apresenta maior flexibilidade. No entanto, é preciso que o pesquisador siga algum tipo de roteiro (GIL, 2002). Cabe ressaltar que a entrevista como método de coleta de dados para pesquisa é deveras complexa, pois “o entrevistador constitui a única fonte de motivação adequada e constante para o entrevistado” (Ibidem, p. 117). Assim, ela precisa ser desenvolvida com estratégias e táticas adequadas; para isso, o autor sugere clareza nos dados que se pretende obter e a formulação correta das questões que a conduzirão.

Evidencia-se que a entrevista realizada com a coleta de dados para esta dissertação, embora contasse com roteiro, não pode ser vista como padronizada, pois a professora/pesquisadora, na qualidade de entrevistadora, precisou, em alguns momentos, reformular as questões para melhor entendimento dos alunos e obter as respostas que buscava. O roteiro dessa entrevista encontra-se descrito no Apêndice C.

Já as gravações em áudio e vídeo foram usadas em todos os momentos do desenvolvimento da prática pedagógica, ou seja, da primeira reunião à socialização dos resultados. Dessa forma, todos os detalhes da aplicação foram percebidos, registrados e analisados com veracidade.

Por sua vez, o diário de campo foi utilizado pela professora/pesquisadora para registrar acontecimentos que ela considerou relevantes durante o desenvolvimento das atividades, como nome das duplas, datas das reuniões, descobertas das duplas. Esses registros foram realizados durante ou logo após o encerramento de cada reunião.

Quanto aos fóruns interativos, estes ocorreram pela plataforma do *Google Sala de Aula* após a finalização de cada momento estabelecido na prática pedagógica. Todos os alunos do grupo foram orientados a interagirem em um mesmo fórum. Essa ferramenta possibilitou que as diferentes duplas, formadas por esse grupo de alunos para o desenvolvimento da prática pedagógica, dialogassem a respeito das atividades desenvolvidas, bem como a impressão individual de seus integrantes sobre a prática pedagógica que estava sendo aplicada. A

professora/pesquisadora forneceu, em cada fórum, o direcionamento das discussões e interações *online*.

É importante ressaltar que, antes do início da pesquisa, a professora/pesquisadora conversou, via *WhatsApp*, com os alunos solicitando que baixassem no *Smartphone* o aplicativo do *Google Sala de aula*, fazendo um pequeno tutorial de como deveriam responder aos fóruns. Ademais, solicitou, com antecedência, seus e-mails e cadastrou-os na turma, garantindo que todos pudessem participar e contribuir, com informações, para o desenvolvimento das tarefas a serem desenvolvidas.

Escolhidas as ferramentas para a coleta de dados, foi preciso analisá-los. Segundo Gil (2008), a análise qualitativa segue três etapas: redução, apresentação e conclusão/verificação. Gil (2008, p. 175) afirma que a redução dos dados “consiste no processo de seleção e posterior simplificação dos dados que aparecem nas notas redigidas no trabalho de campo. [...] Esta redução, embora corresponda ao início do processo analítico, continua ocorrendo até a redação do relatório final”. Com relação à apresentação, o autor assegura que

consiste na organização dos dados selecionados de forma a possibilitar a análise sistemática das semelhanças e diferenças e seu inter-relacionamento. Esta apresentação pode ser constituída por textos, diagramas, mapas ou matrizes que permitam uma nova maneira de organizar e analisar as informações. (Ibidem).

Já quanto à fase de conclusão/verificação, faz-se necessário uma revisão dos significados dos dados, bem como suas regularidades, padrões e explicações. Gil (Ibidem, p. 176) afirma que

A verificação, intimamente relacionada à elaboração da conclusão, requer a revisão dos dados tantas vezes quantas forem necessárias para verificar as conclusões emergentes. Os significados derivados dos dados precisam ser testados quanto à sua validade. Cabe considerar [...] que o conceito de validade [...] significa que as conclusões obtidas dos dados são dignas de crédito, defensáveis, garantidas e capazes de suportar explicações alternativas.

A partir do que foi descrito, cabe evidenciar como essas três fases aconteceram na análise dos dados desta pesquisa. A etapa de redução ocorreu após a primeira análise de todos os materiais coletados (gravações em áudio e vídeo, entrevistas, fóruns interativos, entre outros) durante a pesquisa. Essa



primeira análise serviu para agrupar as informações por afinidades, e os agrupamentos buscaram atender aos objetivos elencados na pesquisa. O passo seguinte consistiu em representar essa organização por semelhança mediante a utilização de esquemas e tabelas, cujo intuito foi observar as informações e, assim, novamente, analisá-las e organizá-las. Na última etapa, a preocupação foi verificar se os dados obtidos e a maneira pela qual foram organizados atendiam aos objetivos e respondiam à questão de pesquisa.

Como afirma Triviños 1987, p. 128, grifo do autor), “A pesquisa qualitativa [...] é essencialmente *descritiva*”. Com base nesse pressuposto e considerando que a pesquisa aqui delineada apresentou dados qualitativos, para a apreciação dos resultados, foi necessária a utilização da análise descritiva. Esta, segundo Cervo, Bervian e Silva (2007), preocupa-se em explicar, cientificamente, os resultados e apresentá-los de forma que o leitor compreenda o que o pesquisador observou. Dessa forma, nesta dissertação, buscou-se apresentar, detalhadamente, os fatos ocorridos na prática pedagógica, expondo com fidelidade os fenômenos observados no grupo investigado. Os dados foram analisados e problematizados com o propósito de evidenciar respostas para o problema investigado. Além disso, os dados emergentes foram imbricados com o referencial teórico que sustenta esta pesquisa, para, então, escrever as inferências e conclusões deste trabalho.

### **3.2 Sobre a prática pedagógica desenvolvida**

A prática pedagógica foi realizada com um grupo de oito alunos do 1º e 2º Anos do Ensino Médio<sup>11</sup>, devidamente matriculados na Escola Estadual Tarley Rossi Vilela, localizada numa comunidade rural do Município de Novo Mundo, Estado do Mato Grosso. Ressalta-se que a pesquisa teve início em julho de 2020, e o ano letivo da escola, em função da pandemia do Covid-19, não havia iniciado. Para tanto, a professora/pesquisadora solicitou, à gestão da escola, a relação dos discentes matriculados nas duas turmas e começou a enviar convites, via *WhatsApp*. Para isso observou-se os alunos que possuíam acesso à internet diariamente, já que a mesma era fator determinante para o desenvolvimento da pesquisa. Dos doze contatados, dez aceitaram participar da investigação.

---

<sup>11</sup> Foram sete alunos do 1º Ano e apenas uma aluna do 2º ano.

Entretanto, por problemas nos *Smartphones*, ferramenta fundamental à comunicação e coleta de dados, dois desistiram. Ressalta-se que, devido ao número reduzido de alunos, as turmas do 1º e 2º anos do Ensino Médio foram multisseriadas no ano letivo de 2020, por isso alunos do 2º ano também foram convidados para a prática pedagógica. Evidencia-se também que, por ser uma comunidade pequena, a professora/pesquisadora conhece cada um desses alunos, portanto sabia quem tinha condições<sup>12</sup> de participar da pesquisa do início ao fim.

Os alunos, quatro meninas e quatro meninos, com idades entre quinze e dezessete anos, em sua maioria, eram oriundos da zona rural, residindo em sítios, chácaras e fazendas do entorno da vila<sup>13</sup> e assentamentos vizinhos. Três deles moravam na pequena vila, composta de mercadinhos, um posto de gasolina, loja de materiais de construção, um hotel, um posto de saúde, uma escola municipal, botecos e lanchonetes, salões de beleza, oficinas, marcenaria, um escritório de compra e venda de gado, lojas de produtos agropecuários e a escola estadual na qual os voluntários da pesquisa estudam. Embora o comércio exerça função importante na economia local, a pecuária de leite e de corte, juntamente com a agricultura comercial, é a maior fonte de renda da comunidade, contribuindo, de forma direta ou indireta, para a economia das famílias.

Portanto, a maioria das famílias reside nas propriedades rurais, localizadas no entorno da pequena vila, e tem sua renda centrada no aluguel de pastagem, compra e revenda de gado, pecuária de corte ou de leite. Há também os que trabalham com o transporte desses animais para frigoríficos da Região ou entre propriedades locais, ou são funcionários de fazendas de criação de gado de corte em grande escala. Além de fonte de renda, a pecuária também influencia a construção social na localidade, contribuindo para a formação de crianças e jovens ligados ao campo, que, destemidos, sentem orgulho de suas raízes. A cultura pecuária, além de ser marcante na comunidade, é visível no ambiente escolar, isto é, no modo de falar, vestir, andar e nos gostos musicais dos alunos. Similarmente, ela está presente nas escolhas de lazer da população local, que costuma participar

---

<sup>12</sup> As condições as quais a autora se refere são de acesso à *internet* e *Smartphone*.

<sup>13</sup> Pequeno vilarejo, com população inferior à de uma cidade, mas superior à de uma aldeia.

de exposições agropecuárias, diferentes competições equestres<sup>14</sup>, shows sertanejos, cavalgadas, leilões beneficentes, entre outros.

Conforme citado anteriormente, a pesquisa foi realizada entre os meses de julho e agosto. Para o desenvolvimento da prática pedagógica, ocorreram seis reuniões com os alunos que se dispuseram a participar da investigação; sendo três delas com todo o grupo e três com cada dupla, separadamente. As quatro primeiras aconteceram de forma *online* pelo *Google Meet*. No entanto, a conexão de *internet* local é muito modesta, e os discentes começaram a reclamar em virtude das dificuldades de entender o que lhes era comunicado, sendo que alguns nem conseguiam participar. Diante disso, a professora/pesquisadora decidiu fazer a quarta reunião, com cada dupla, na sua própria residência. Cumpre enfatizar que ela seguiu todas as medidas de prevenção, mantendo o distanciamento e realizando os encontros em local arejado e espaçoso.

A quinta reunião, que envolveu todo o grupo, também foi realizada de forma presencial, e, por ser maior, a professora/pesquisadora solicitou o espaço da Biblioteca Integradora da escola. Cumpre frisar que, novamente, adotaram-se os cuidados, visando impedir a propagação do Covid-19, com a disponibilização de álcool em gel, utilização de máscaras e manutenção do distanciamento mínimo. Também é importante destacar que se solicitou à diretora da escola a devida permissão para a concretização dessa reunião por meio do Termo de Concordância da Direção da Instituição de Ensino (APÊNDICE A). Ademais, antes de iniciar a prática pedagógica, os estudantes receberam o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, o qual foi preenchido e assinado pelos seus responsáveis (APÊNDICE B).

Nessa prática pedagógica, utilizou-se como metodologia a Modelagem, que seguiu os passos sugeridos por Burak (1992; 2010; 2016): 1) Escolha do Tema; 2) Pesquisa Exploratória; 3) Levantamento do (s) problema (s); 4) Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; 5) Análise crítica da (s) solução (ões). No quadro 3, estão expostos os respectivos formatos de cada um dos seis encontros.

---

<sup>14</sup> Que envolve montaria em diferentes equídeos.

Quadro 3 – Formato das Reuniões

MOMENTOS DA MODELAGEM	REUNIÃO	FORMATO
1º Momento	1ª – Com todo grupo de alunos voluntários	Remota
2º Momento	2ª – Com cada dupla	Remota
3º Momento	3ª – Com todo grupo de alunos voluntários	Remota
	4ª – Com cada dupla	Remota
4º Momento	5ª – Com cada dupla	Presencial
5º Momento	6ª – Com todo grupo de alunos voluntários	Presencial

Fonte: Das autoras (2020).

A seguir, detalham-se os procedimentos adotados para desenvolver cada um dos cinco momentos mencionados no Quadro 3.

#### **a) 1º Momento – Escolha do Tema**

Segundo Burak (2010), o tema definido para o trabalho com a Modelagem deve partir do interesse ou curiosidade dos alunos; no entanto, autor acrescenta que também é papel do professor instigar o conhecimento do potencial local. Destarte, considerando aspectos culturais com presença marcante na turma e os econômicos relevantes à comunidade na qual o grupo participante está inserido, a professora/pesquisadora definiu como tema principal desta pesquisa a Pecuária. Mas, dadas as condições impostas pela pandemia do Covid-19 - distanciamento social, atraso do início do ano letivo<sup>15</sup> e, posteriormente, aulas virtualizadas -, foi necessário readaptar o projeto qualificado para uma versão com um grupo de alunos voluntários e encontros virtualizados.

Primeiramente, a professora/pesquisadora convidou alunos para participarem da pesquisa. Cabe ressaltar que eles demonstraram interesse e empolgação. Logo, em pouco tempo, conseguiu-se o número suficiente para desenvolver a prática pedagógica.

---

<sup>15</sup> Na escola em que os alunos do grupo voluntário da pesquisa estudam, em função de seu corpo docente ter aderido à greve no ano de 2019, houve atraso no início do ano letivo de 2020, inicialmente previsto para março.

Nesse seguimento, para manter os discentes informados e atualizados quanto ao desenvolvimento da pesquisa, a professora/pesquisadora criou e os adicionou a um grupo de *WhatsApp*. Inicialmente, foram orientados a se dividirem em duplas, cabendo-lhes escolher um colega para tal. Além disso, solicitou-se que baixassem os aplicativos em seus *Smartphones*, a saber: o *Google Sala de Aula* para participarem dos fóruns interativos e *Google Meet*, para as reuniões.

Realizados os ajustes necessários ao início da investigação, a primeira reunião foi efetivada com a utilização do *Google Meet*. Nesse encontro, a professora/pesquisadora expôs a pesquisa ao grupo de alunos e informou como ocorreria cada etapa, evidenciando as ferramentas de coletas de dados. Ademais, ela apresentou o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que foi lido e, posteriormente, assinado pelos responsáveis. Em seguida, as duplas definiram os subtemas que investigariam a partir do tema Pecuária.

Antes de finalizar essa etapa, estabelecida por Burak (2010) na Modelagem, os alunos foram orientados a interagirem no fórum extraclasse na plataforma do *Google Sala de Aula*. Este foi direcionado pela professora/pesquisadora, com questões norteadoras.

#### **b) 2º Momento – Pesquisa Exploratória**

Esta etapa da Modelagem, de acordo com Burak (2010), possibilita a formação de alunos mais atentos e sensíveis aos objetos de estudo. Dessa forma, as duplas foram orientadas a realizarem pesquisas visando aprofundar os subtemas anteriormente definidos. As duplas desenvolveram suas pesquisas utilizando seus *Smartphones* e trocaram informações, utilizando as redes sociais. A professora/pesquisadora acompanhou esse trabalho de forma remota, usando as redes sociais para orientar e observar os avanços de cada dupla.

Cada equipe, por vez, reuniu-se remotamente com a professora/pesquisadora, utilizando o *Google Meet*, para definir o direcionamento de seus trabalhos. Nessa reunião, as duplas delinearam o método para a coleta de dados referente ao subtema pesquisado na comunidade e com quem a efetuariam. A opção por entrevistar pessoas da comunidade foi unânime. Sendo assim,

elaboraram seus roteiros, encaminharam-nos à professora/pesquisadora e, com seu aval, realizaram a entrevista, de forma remota, por meio do *WhatsApp*.

Como no momento anterior, os alunos foram orientados a interagirem no fórum extraclasse para comentar o desenvolvimento da pesquisa.

### **c) 3º Momento – Levantamento do (s) problema (s)**

Segundo Burak (2010), este momento é ideal para o professor assumir a função de mediador do processo, e o aluno conquistar a autonomia no que está sendo desenvolvido. O autor ainda afirma que “É a etapa em que se inicia a ação matemática, propriamente dita, pois é o início do levantamento dos problemas, como resultado da pesquisa exploratória” (Ibidem, p. 21). Ademais, “O desenvolvimento da capacidade de articular os dados e formular problemas provindos da situação pesquisada se constitui em valor formativo e atitudinal de incomparável significado educativo” (Ibidem, p. 22).

Nessa etapa, realizaram-se reuniões distintas e de forma remota. A primeira envolveu todo o grupo de alunos para que a professora/pesquisadora explicasse, de forma superficial, alguns conceitos de funções, bem como a importância da matematização dos dados que deveria ocorrer. Nos demais encontros, as quatro duplas participaram separadamente para delimitar os problemas encontrados para posterior matematização. Assim, elas analisaram e interpretaram os dados obtidos nas pesquisas anteriormente efetuadas. A professora/pesquisadora comportou-se como mediadora, ou seja, questionou, instigou e sugeriu ações sempre que solicitada ou considerava necessário.

Finalizada essa etapa, os alunos novamente foram direcionados a participar do fórum extraclasse na plataforma do *Google Sala de Aula*. Neste sentido, relataram pontos importantes dessa fase da pesquisa e/ou que precisavam ser revistos.

### **d) 4º Momento – Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

De acordo com Burak (2010, p. 22), nesta fase da Modelagem “se faz uso de todo o ferramental matemático disponível” e acrescenta que a resolução dos problemas matemáticos ganha contornos diferentes do que seria a dos propostos nos livros didáticos. O autor também afirma que: nesta etapa da Modelagem, os problemas são elaborados a partir de dados coletados em campo; o aluno é peça fundamental na elaboração dos problemas; estes são sempre contextualizados; sua construção e resolução favorecem a criatividade e a tomada de decisões por parte dos estudantes; os conteúdos matemáticos ganham maior significado na solução desses problemas.

Dessa forma, para esse momento, definiu-se a utilização de conceitos matemáticos para resolver os problemas anteriormente elencados. Sendo assim, os alunos analisaram as grandezas levantadas na pesquisa e observaram se, a partir delas, seria possível estabelecer regularidade e definir uma função que pudesse ser aplicada a questões semelhantes. As duplas também representaram as funções estabelecidas em gráfico, utilizando o *GeoGebra* na versão *online* para computador ou no aplicativo para *Smartphone*. Entretanto, destaca-se que o propósito era conhecer e aprimorar os conceitos de diferentes funções matemáticas: porém, foi necessária a utilização de outros conceitos matemáticos para determinar respostas satisfatórias aos problemas identificados.

Nessa fase, os alunos também foram conduzidos à participação de mais um fórum interativo. Com isso, tornou-se possível analisar os aspectos positivos e verificar se houve pontos negativos no desenrolar da prática pedagógica.

#### **e) 5º Momento – Análise crítica das soluções**

A última fase da Modelagem é descrita por Burak (2010, p. 24) como “um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas”. Ela permite “tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos envolvidos no tema” (Ibidem). O autor ainda enfatiza que tal prática é fundamental aos alunos da Educação Básica dada a sua faixa etária. Em efeito, ela consiste em

discutir as ações decorrentes de uma constatação matemática ou não que resultou em um problema ou uma situação-problema, as consequências

das decisões tomadas, as relações as repercussões em vários níveis dentre eles: individual, familiar, comunitário (Ibidem).

Sendo assim, esse momento foi destinado à organização das exposições e socialização dos resultados obtidos durante a prática pedagógica para todos os alunos do grupo. A professora/pesquisadora forneceu orientações e suporte para as duplas na confecção dos slides a serem expostos. Cabe ressaltar que as apresentações ocorreram na Biblioteca Integradora<sup>16</sup> da Escola Estadual Tarley Rossi Vilela por ser um espaço maior e favorecer a prevenção contra a Covid-19, além de dispor das ferramentas necessárias à apresentação; nesse caso, a utilização do Data Show.

Durante as apresentações, sempre que necessário, a professora/pesquisadora intervinha para que os alunos entendessem de que forma os conteúdos matemáticos se relacionavam com as pesquisas efetuadas. Ela também permitiu e instigou a discussão dos conteúdos entre os integrantes do grupo. Por conseguinte, eles receberam orientações de como expor à comunidade os resultados.

Finalizadas as apresentações, os alunos foram orientados a interagir no último fórum e comentar os resultados que os surpreenderam. Por fim, a professora/pesquisadora entrevistou-os individualmente (APÊNDICE C), utilizando o *WhatsApp* para completar sua coleta de dados.

---

<sup>16</sup> Espaço no qual estão os recursos audiovisuais e acervo bibliográfico da escola.



#### 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS DA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Neste capítulo, relata-se a prática pedagógica realizada com um grupo de oito alunos do 1º e 2º anos do Ensino Médio, estudantes da Escola Estadual Tarley Rossi Vilela, localizada no Município de Novo Mundo – MT. Para isso, foi utilizada a Modelagem como metodologia de ensino para funções partindo do tema Pecuária. Para iniciar os trabalhos, os alunos foram divididos em duplas, cabendo a eles a escolha de um nome – para a dupla – relacionado à pecuária para ser utilizado no decorrer da escrita desta dissertação. Assim, quando a descrição se referir ao que a dupla desenvolveu, cita-se o nome desta; já em relação às enunciações dos pesquisados, estes são identificados pelo seu primeiro nome<sup>17</sup>.

As duplas foram compostas da seguinte maneira:

Quadro 4 – Composição das duplas

NOME DOS ALUNOS	ANO/ENS. MÉDIO	NOME DA DUPLA
Ranieli e Paulo	1º e 1º	Agropecuária
Naisa e Lorrán	1º e 1º	Pecuária Extensiva
Rafaela e Geiciel	1º e 1º	Comitiva Buscapé
Crisieli e Vitor	2º e 1º	Dinheiro Rural

Fonte: Das autoras (2020).

É imperioso destacar que a prática, inicialmente planejada para acontecer em sala de aula, numa turma de 1º ano do Ensino Médio, precisou ser refeita em virtude da pandemia do novo coronavírus. Posteriormente, em função da baixa velocidade da conexão da *internet*, novas alterações se fizeram necessárias quando a pesquisa já estava sendo desenvolvida.

No replanejamento, a prática foi desenvolvida com um grupo de oito alunos voluntários. Assim, excluíram-se algumas atividades, tais como a presença de um

<sup>17</sup> Todos os alunos autorizaram sua identificação no trabalho mediante a assinatura dos seus responsáveis do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE B).

especialista para analisar os resultados antes da apresentação aos colegas; retorno dos dados à comunidade, que, no primeiro planejamento, aconteceria numa reunião presencial. Como segunda opção, decidiu-se que seria por um *Webnário*, que também não ocorreu devido à baixa velocidade da conexão de *internet*.

Ainda sobre a prática, cumpre informar que as tarefas foram divididas em seis reuniões, sendo que as quatro primeiras ocorreram remotamente com a utilização do aplicativo *Google Meet*; já as duas últimas foram presenciais. Durante as *online*, enfrentaram-se alguns problemas, ocasionados pela baixa velocidade da conexão da *internet*, o que impossibilitou a presença de alunos em algumas reuniões, além de limitar as colaborações, motivo pelo qual a professora/pesquisadora decidiu realizar os encontros finais de forma presencial e com todos os cuidados de higiene necessários devido ao Covid.

Embora as reuniões remotas tenham impedido a participação mais efusiva dos pesquisados, essas dificuldades acabaram lhes proporcionando mais autonomia nos estudos matemáticos. Já as presenciais, conforme serão descritas nos quarto e quinto momentos, provocaram maiores discussões acerca do tema Pecuária, bem como suas contribuições econômicas, culturais e sociais para a comunidade local.

Neste momento, é pertinente informar que, para a descrição e análise dos dados coletados, este capítulo foi dividido em cinco seções, que se referem aos cinco momentos da Modelagem, seguindo as proposições de Burak (2010): Escolha do tema; Pesquisa Exploratória; Levantamento do (s) problema (s); Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; Análise crítica das soluções.

#### **4.1 Primeiro Momento – Escolha do Tema**

A primeira reunião, ocorrida em 09 de julho de 2020, via *Google Meet*, durou, aproximadamente, vinte e cinco minutos. Dada as limitações das reuniões *online*, algumas decisões foram tomadas previamente no grupo de *WhatsApp*, inclusive a formação das duplas, para que o momento síncrono fosse o mais produtivo possível. A decisão de formá-las visou desenvolver o trabalho com uma maior quantidade de subtemas, bem como proporcionar a interação entre os alunos no desenrolar das atividades. Sobre isso, Bishop (1988, p. 122) afirma que

necesitamos usar más métodos de enseñanza de grupos reducidos. Debemos dejar que los alumnos, bajo el control del profesor, se formen unos a otros, dialoguen más, trabajen en proyectos de grupo, y adquieran más responsabilidad en el desarrollo de su propio conocimiento.

A princípio, dez alunos haviam aceitado participar da pesquisa, o que totalizaria cinco duplas. No entanto, dois tiveram problemas com o *Smartphone*, sua única ferramenta de comunicação para a realização da prática pedagógica. Assim, finda a primeira reunião, uma delas precisou ser reorganizada. Dos oito discentes que haviam participado das atividades, seis conseguiram se fazer presentes na reunião; os outros dois tiveram problemas com a conexão de *internet*.

Ao iniciar a reunião, a professora/pesquisadora apresentou o termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Antes de o escrever, ela perguntou aos alunos, via *WhatsApp*, se eles aprovavam serem identificados na dissertação pelo seu próprio nome. Entusiasmados com a ideia de contribuírem para o desenvolvimento de uma prática pedagógica que culminaria em produções científicas, todos concordaram e, dessa forma, o termo foi redigido solicitando-se a permissão para utilizar o nome dos estudantes na apresentação dos resultados orais e/ou escritos. Ato contínuo, foi lido na reunião e, com a concordância dos presentes, foi encaminhado aos responsáveis para ser assinado.

A professora/pesquisadora também explicou que todas as reuniões seriam gravadas por serem um dos instrumentos de coleta de dados para sua pesquisa. Em seguida, confirmou-se a escolha do tema Pecuária. Este, segundo Burak (2010), pode acontecer por interesse, curiosidade dos alunos ou para resolver um problema do cotidiano. No entanto, o autor ressalta que “O professor tem o papel também importante na medida de conhecer o potencial econômico da região da cidade, de um bairro” (Ibidem, p.19). O fato é que a pecuária não representa apenas aspectos culturais do grupo participante, mas também grande parte da economia das suas famílias, bem como da comunidade na qual se encontra inserido.

Apontados os aspectos relevantes para a escolha do tema Pecuária, a professora/pesquisadora comunicou aos estudantes que a prática teria cinco fases e que, ao final de cada uma, eles seriam orientados a participar de fóruns interativos pelo *Google Sala de Aula*. Ademais, expressou que o fórum, por ser outro instrumento de coleta de dados para a pesquisa, era muito importante, motivo pelo qual todos deveriam a ele comparecer.

Em seguida, as duplas, identificadas, no grupo *WhatsApp*, pelos números de 1 a 4, escolheram os subtemas para a sua pesquisa. A professora/ pesquisadora apresentou, em ordem crescente, alguns relacionados ao tema Pecuária e solicitou que cada uma (dupla) optasse por um deles ou sugerisse outro não tivesse sido elencado. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012), o trabalho de Modelagem pode ser executado com êxito quando a escolha do tema é feita pelo professor, pois os alunos podem ser influenciados, positivamente, por ela. No Quadro 5, estão explicitados o subtema e a equipe.

Quadro 5 – Subtema e equipe

SUBTEMA	EQUIPE
Produção de leite	Comitiva Buscapé
Compra e vende de gado	Dinheiro Rural
Produção de gado de corte	Agropecuária
Custo para cercar uma propriedade	Pecuária Extensiva

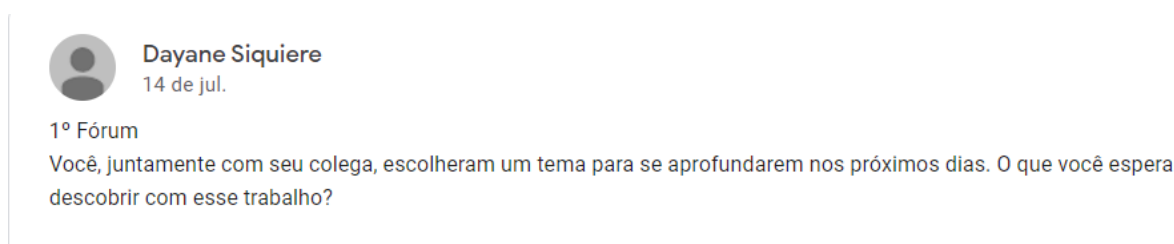
Fonte: Das autoras (2020).

Cabe ressaltar que nenhuma das duplas sugeriu um novo subtema. Antes de finalizar a reunião no *Meet*, a professora/pesquisadora as orientou a fazerem uma pesquisa exploratória, na *internet*, sobre o subtema que definiram. Kluber e Burak (2008) afirmam que esse tipo de pesquisa permite que se conheça mais sobre o que se pretende desenvolver/investigar. Ainda segundo os autores, “A pesquisa pode ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta” (Ibidem, p. 21). No entanto, considerando o momento adverso em que se está vivendo, em que se faz necessário manter o distanciamento social para o bem comum, os alunos desenvolverem a pesquisa exploratória pela *internet*. Neste sentido, solicitou-se que buscassem, dentro do subtema escolhido, informações sobre o que pretendiam investigar na comunidade.

A professora/pesquisadora também explicou que a próxima reunião aconteceria, separadamente, com cada dupla e agradeceu a disponibilidade dos

alunos de participarem da investigação. No final, foi lançado o primeiro fórum, no *Google Sala de Aula* e, novamente, os alunos foram orientados, via *WhatsApp*, a responderem às perguntas. A reunião aconteceu em 09 de julho, e a questão no fórum (FIGURA 1) foi postada apenas em 14 de julho. O fato se deveu à necessidade de uma das duplas se reorganizar em função da desistência de dois discentes como já mencionado.

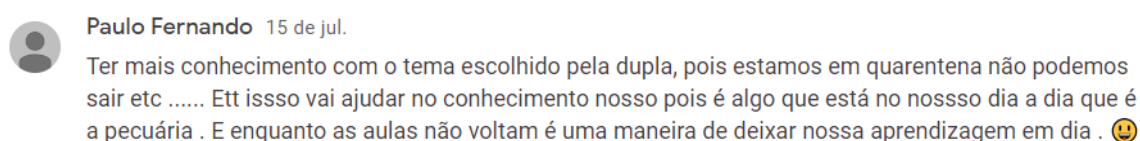
Figura 1 – Primeiro fórum



Fonte: das autoras (2020)

Nesse fórum, a resposta do aluno Paulo (FIGURA 2) sintetiza as dos demais colegas, que esperavam ampliar seus conhecimentos acerca de um tema do cotidiano, bem como aprender algo durante a quarentena. Por conta do Covid-19, as aulas ainda não haviam iniciado na escola em que os alunos participantes desta investigação estão matriculados.

Figura 2 – Resposta do aluno Paulo ao 1º Fórum



Fonte: das autoras (2020)

Além de sintetizar as declarações dos colegas, a colocação de Paulo é carregada de significados. Quando ele afirma que, em virtude da quarentena, não pode sair, é preciso considerar o quanto esse período de isolamento social tem afetado as relações interpessoais dos adolescentes. Nesse sentido, a escola se apresenta como um dos lugares mais significativos para a vida das crianças e jovens, pois, segundo Souza, Petroni e Bremberger (2007), é nesse ambiente que

eles passam maior parte do tempo, expandem suas relações interpessoais e estão em contato com uma vasta gama de conhecimentos e vivências.

Destarte, por encontrarem-se em isolamento social e, até o momento, sem aulas, mesmo que remotas, os pesquisados demonstraram preocupação com a aprendizagem escolar nesse período, evidenciada nas palavras de Paulo: “E enquanto as aulas não voltam é uma maneira de deixar a nossa aprendizagem em dia”. Neste momento, é importante lembrar que esses discentes finalizaram o ano letivo de 2019 no início de fevereiro de 2020 e só retornaram aos estudos, de forma remota, em agosto. Então, é compreensível essa ansiedade, que pode ser considerada um dos fatores importantes na decisão de participar desta pesquisa.

Outro fato que merece destaque é a declaração de Paulo quando afirma que a pesquisa pode lhe proporcionar mais conhecimento e, embora não especifique, subentende-se que ele estava ciente de que os estudos lhe permitem compreender melhor o cotidiano e levá-lo a nele agir de forma consciente. Dessa forma, evidencia-se que o processo de escolha do tema é fundamental a esse tipo de metodologia, pois a Modelagem não apenas propicia conhecimentos matemáticos, mas também a sua construção de forma social e crítica, como defende Barbosa (2003, p. 6) ao sustentar que,

Se estamos interessados em construir uma sociedade democrática, onde as pessoas possam participar de sua condução e, assim, exercer cidadania, entendida aqui genericamente como inclusão nas discussões públicas, devemos reconhecer a necessidade de as pessoas se sentirem capazes de intervir em debates baseados em matemática.

Consequentemente, coletar informações no próprio cotidiano e depois matematizá-las propiciará aos alunos a autonomia para participar de discussões, como, por exemplo, sobre a economia local com propriedade. Além de compreender, poderá argumentar e defender seu ponto de vista.

## **4.2 Segundo Momento - Pesquisa Exploratória**

Na primeira reunião, os alunos foram orientados a realizar a pesquisa exploratória e, utilizando o grupo do *WhatsApp*, a professora/pesquisadora agendou uma com cada dupla. Esse momento síncrono durou, aproximadamente, uma hora e aconteceu entre 14 e 16 de julho. O objetivo, finda a pesquisa exploratória, era delimitar o que as duplas pesquisariam dentro do seu subtema. Destaca-se que o fato de a reunião acontecer *online* dificultou uma discussão aprofundada quanto aos

resultados da citada pesquisa, pois a baixa qualidade da conexão de *internet* fez com que, por diversas vezes, a “reunião travasse” e os alunos não conseguissem entender o que a professora/pesquisadora falava. Diante desse contexto, ela (a professora/pesquisadora) passou informações referentes a essa etapa via *WhatsApp* e momentos síncronos (*online*). Por meio destes, foi possível relacionar o que os alunos encontraram na *internet* acerca de seu tema de pesquisa com o que se depararam, de fato, na comunidade.

A primeira reunião aconteceu com a dupla Comitiva Buscapé, que escolheu o subtema Produção de Leite. Antes de se reunirem com a professora/pesquisadora, os dois alunos realizaram a pesquisa exploratória, investigando como se inicia a produção de leite. Segundo as informações que coletaram na *internet*, faz-se necessário escolher o gado que se adapte às condições climáticas da região, dispor de alimentação e água para esse tipo de criação, investir em utensílios de manejo e higiene e se preocupar com o bem-estar animal. Para Burak (2010, p. 21), “Essa etapa possibilita a formação de um estudante mais atento, mais sensível às questões do seu objeto de estudo”.

Algumas discussões surgidas no decorrer da prática pedagógica revelaram a existência de diferenças entre a forma de produção de leite encontrada na pesquisa exploratória, em que o produtor considera a região e define a alimentação de acordo com a raça, e a que ocorre na comunidade. Em efeito, o pecuarista pertencente a essa comunidade possui informações sobre como conduzir a pecuária de leite, mas tem pouca condição de investir. Sendo assim, escolhe o gado a partir dos seus conhecimentos empíricos; e a alimentação oferecida às vacas leiteiras – basicamente pastagem – é a mesma para o gado de corte.

Fundamentada nas informações coletadas na pesquisa exploratória e na condução da pecuária leiteira da região, a professora/pesquisadora iniciou a reunião explicando que esse momento seria utilizado para a dupla discutir e definir o que pesquisaria, dentro do subtema Produção de Leite, na comunidade. Seus dois integrantes comentaram que tinham interesse em estudar os investimentos feitos pelo produtor, bem como os custos e o lucro da produção mensal de leite. Ademais, decidiram investigar duas propriedades: uma na qual o leite era tirado pela máquina ordenhadeira e colocado em um resfriador; na outra, o processo era manual. O propósito foi calcular se havia diferença no lucro.

Definido o foco da pesquisa, a dupla escolheu a entrevista como método de coleta de dados, e a professora/pesquisadora sugeriu que ela acontecesse via *WhatsApp* para manter o distanciamento social. Decidiu-se também que, após elaborarem as questões, os dois alunos, antes de realizarem a entrevista, deveriam submetê-las ao aval da professora/pesquisadora. Esta salientou que as perguntas deveriam ser elaboradas para obter as respostas desejadas:

Professora/pesquisadora: *Vocês precisam ter em mente o que vocês querem: é entender quanto se investiu e quanto se recebe com esse investimento. Se compensa, se não compensa. Vocês precisam preparar as questões para ter respostas para essas perguntas.*

Geiciel: *Nós podemos perguntar assim: quanto foi o gasto dele para fazer a ordenha? Quanto que ele gasta de energia para ordenha e para o resfriador? Quanto ele gastou para adquirir as vacas? Quanto de lucro ele tira por mês do leite e dos bezerros?*<sup>18</sup>

Professora/pesquisadora: *Exatamente. Esse cálculo de lucro é vocês que irão fazer.*

Nesse seguimento, a professora/pesquisadora foi surpreendida pela indagação da aluna Rafaela.

Rafaela: *Mas a gente vai ter que fazer a conta?*

Professora/pesquisadora: *Não, Rafa. Primeiro a entrevista.*

Rafaela: *Mas a gente vai ter que fazer a conta? Tipo, se gasta tanto com tanto, a gente vai ter que somar para ver o que dá de lucro?*

Professora/pesquisadora: *Não. Nesta etapa, vocês vão escrever a entrevista, enviar para mim. Se tiver ok, fazer a entrevista, organizar os dados.*

Esse trecho do diálogo enfatiza a preocupação da aluna com “as contas” que, até então, não haviam aparecido. Afinal, eles tinham sido convidados para uma pesquisa relacionada à disciplina de Matemática, mas sem envolver cálculos! A

---

<sup>18</sup> As enunciações dos alunos e da professora/pesquisadora estão transcritas sem correções.



pergunta é: estudar Matemática consiste apenas em efetuar cálculos? Ponte (1987, p. 5) assegura que cálculo envolve Matemática; no entanto,

para a maioria das pessoas [...] a Matemática é essencialmente cálculo. Os matemáticos seriam pessoas que passam a vida a fazer contas. Esta ideia é profundamente errada. O cálculo corresponde apenas a uma das facetas da Matemática que está longe de ser a mais rica e importante. Cálculo é tudo aquilo que se pode facilmente programar num computador. A sua execução não requer inteligência especial. O que já é mais difícil é decidir, perante um problema, que dados utilizar, que cálculo efectuar, como avaliar os resultados e como conjugá-los com os conhecimentos já estabelecidos acerca dum dado assunto.

Como o autor ressaltou, a ideia de que “a Matemática é essencialmente cálculo” não é apenas um discurso de algumas pessoas, mas de muitas; entre elas, estão alunos, professores, pais... Em efeito, associam-na aos mais diferentes e sofisticados cálculos; porém, ensiná-la vai além disso; afinal, um cálculo pode ser realizado com auxílio de computadores, calculadoras, *Smartphones*. Dito de outra forma, saber ler e interpretar um problema, determinando maneiras de resolvê-lo, é ensinar Matemática. A Base Nacional Comum Curricular amplia esse pensamento ao enfatizar que

A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (BRASIL, 2018, p. 265).

Nesse seguimento, a professora/pesquisadora salientou que a realização da entrevista concluiria essa etapa da pesquisa. A dupla afirmou ter entendido o que deveriam fazer, e, assim, a reunião foi encerrada.

A segunda reunião aconteceu com a dupla Agropecuária que, na primeira etapa, definiu investigar o subtema Produção de Gado de Corte. Ao realizarem a pesquisa exploratória, os dois alunos descobriram que esse tipo de produção é muito lucrativo e que representa parte significativa do Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil. Ademais, enumeraram sete passos importantes para quem pretende investir na bovinocultura de corte.

1. Escolher a raça que se adapte à região;

2. Investir em melhoramento genético;
3. Entender cada uma das fases da bovinocultura – cria, recria e engorda;
4. Cuidar para que a alimentação seja correta em cada etapa de criação;
5. Preocupar-se com as instalações para que sejam adequadas;
6. Planejar a gestão do negócio;
7. Tornar o negócio lucrativo.

Nessa etapa, definiram o assunto no qual se aprofundariam. Durante a reunião, discutiram com a professora/pesquisadora algumas possibilidades e sugeriram comparar o gado verde<sup>19</sup> com o confinado. Ranieli propôs contatar um produtor que fabricava a própria ração. Nesse momento, Paulo mencionou um semiconfinamento<sup>20</sup>, cujo produtor seu avô conhecia. Com isso, decidiram pesquisar e analisar esse tipo de criação. Esse fato vai ao encontro da ideia de De Loiola Araújo (2009, p. 65), que ressalta a importância do trabalho em grupo na Modelagem, em que os alunos são “incentivados a negociar, debater, ouvir o outro e respeitar suas ideias. Essa é uma forma de trabalhar questões políticas e democracia na micro-sociedade da sala de aula”. Sendo assim, é evidente a relevância do trabalho de grupo na Modelagem, pois possibilita o diálogo e a valorização do saber do outro. Além disso, a construção do conhecimento é feita em parceria, com divisão de trabalho e colaboração mútua.

Definido o direcionamento da pesquisa, a dupla foi orientada na definição do instrumento de coleta de dados. Para obterem informações, Paulo sugeriu fazerem buscas na *internet*. Então, a professora/pesquisadora declarou que eles encontrariam várias delas para o mesmo objeto de pesquisa, pois, para a produção de ração, muitas variáveis são levadas em consideração na hora de se estabelecer o preço dos insumos, como frete, período de safra, região do país, e os resultados dessas pesquisas poderiam não refletir as ideias da comunidade. Portanto, como dialogariam com um pecuarista que utilizava o semiconfinamento, a entrevista seria o melhor instrumento de coleta de dados.

As discussões surgidas na prática pedagógica mostraram que o pecuarista seguia os sete passos destacados na pesquisa exploratória, pois tinha condições

---

<sup>19</sup> Gado criado apenas com pastagem e sal, sem acrescentar ração.

<sup>20</sup> Sistema de criação em que há incremento de ração, mantendo a alimentação à pasto. Com esse tipo de criação, busca-se o ganho de peso em menor espaço de tempo.

de investir financeiramente na produção. Embora o gado semiconfinado seja adquirido de pequenos produtores da região, que não costumam investir em genética<sup>21</sup>, o comprador seleciona os melhores bezerros para colocar no semiconfinamento para que estejam prontos para o abate com o mesmo espaço de tempo. Então, o pequeno produtor é obrigado a melhorar sua recria para ter a quem vendê-la e conseguir o melhor preço.

No final da reunião, a professora/pesquisadora prestou estes esclarecimentos:

Professora/pesquisadora: *Fazer as perguntas, enviar para mim, entrevistar, aí finalizou a etapa. Ok? Alguma dúvida?*

Paulo: *E o negócio sobre a Matemática? O que que vai envolver de número com isso aí?*

Professora/pesquisadora: *Legal. Gostei da sua pergunta. [...] É nessa entrevista, nessa coleta de dados, que a gente vai ter as informações para a Matemática.*

Novamente a preocupação com o currículo matemático se destacou, fato que corrobora a afirmação de Burak (2010, p. 19): “Essa visão da linearidade do currículo ainda predomina na maioria das nossas escolas”; porém, “está sendo, ainda que lentamente superada com as novas perspectivas de um pensamento complexo”. No entanto, o que os alunos não perceberam é que fizeram algumas descobertas matemáticas, mas ainda esperavam o momento em que a professora/pesquisadora passaria mais atividades para que eles pudessem demonstrar seus conhecimentos matemáticos.

Após a dupla confirmar que havia entendido o que precisavam desenvolver, a reunião foi encerrada.

A terceira reunião envolveu a dupla Dinheiro Rural. Em sua pesquisa exploratória, cujo subtema foi Compra e Venda de Gado, os dois alunos relataram a relevância dessa atividade econômica em todo o Brasil. Ademais, registraram informações relativas ao crescimento do rebanho bovino no Brasil, como a exportação da carne, especialmente para a Europa e China, que é de suma importante para a economia brasileira e os investimentos em tecnologia nesse tipo

---

<sup>21</sup> Mesmo assim, os pequenos pecuaristas que trabalham com recria costumam ter, pelo menos, um touro registrado na propriedade.

de atividade. Em efeito, evidencia-se que, por meio da Modelagem, é possível verificar que um trabalho abrangendo um tema local influencia globalmente. Segundo Latas e Moreira (2013), a inserção de aspectos culturais no currículo contribui para a compreensão da Matemática unificada, ou seja, estabelece conexões do que se matematiza localmente com o conhecimento matemático global.

As discussões referentes ao tema – Compra e Venda de Gado - suscitaram dados da pesquisa exploratória para tentar entender os motivos da alta no preço da arroba do boi<sup>22</sup> ocorrida desde o início do ano. A dupla levantou algumas hipóteses, tais como: aumento da demanda em função da quarentena; alta do dólar e aumento nas exportações; falta de gado no mercado. Porém, não chegaram a uma conclusão, já que, nesse momento, tal fato não era o foco da pesquisa. A professora/pesquisadora salientou que todas as hipóteses levantadas poderiam estar influenciando, em proporções diferentes, a alta no preço da arroba.

Em seguida a dupla foi questionada sobre qual seria o foco da pesquisa, a partir do subtema Compra e Venda de Gado, na comunidade. Crisieli expôs seus conhecimentos empíricos a respeito.

*Crisieli: O que eu sei sobre compra e venda de gado é assim: a minha mãe aqui ela vende gado por arroba, né? Tipo assim, eles medem a arroba da vaca e daí vende pelo preço que vale. E também tem o preço da vaca acompanhada, né? Que é diferente de uma novilha.*

Assim, a dupla demonstrou interesse em entender como ocorre a cotação do gado na comunidade, considerando as diferenças de preços que variam de acordo com a raça, idade e sexo, mas tinham dúvidas em relação à forma de fazer a coleta de dados. A professora/pesquisadora então sugeriu que dialogassem com os compradores de gado da comunidade para verificar a cotação local, considerando o preço da arroba (do boi e da vaca) no Estado, que é única, dada a demanda e preço dos insumos. Neste sentido, ela (a professora/pesquisadora) atuou como

---

<sup>22</sup> Ressalta-se que, quando se menciona arroba do boi, está se referindo à arroba do bovino, sem distinção de sexo, pois, embora tenha sofrido aumento em proporções distintas, tanto a arroba da vaca quanto a do boi aumentaram significativamente neste ano.

“orquestradora”, como sugere Barbosa (2003), convidando os alunos a produzirem conhecimento reflexivo.

Para a coleta de dados, a dupla também decidiu utilizar a entrevista. A professora/pesquisadora destacou a necessidade de realizá-la via *WhatsApp* e orientou os alunos a escreverem as questões, encaminhá-las a ela e, recebida a aprovação, efetuarem a entrevista. Como não houvesse dúvidas a respeito dos procedimentos dos pesquisados, a reunião foi encerrada.

A quarta e última reunião aconteceu com a dupla Pecuária Extensiva, que desenvolveu a pesquisa exploratória sobre o custo para cercar uma propriedade. Seus componentes investigaram os diferentes tipos de cercas existentes, as mais utilizadas em diferentes regiões do Brasil e o custo de cada uma delas. O estudo conferiu uma certeza à dupla, evidenciada na enunciação da aluna Naisa:

Naisa: *Ó, eu tava vendo, é muito caro para cercar, né?*

A entonação utilizada pela aluna demonstrou a sua surpresa com a descoberta. Esta, que aconteceu na etapa de pesquisa exploratória, reflete a importância desse momento na Modelagem, que, segundo Burak e Klüber (2016, p. 39-40),

se configura como importante para o desenvolvimento, no grupo ou nos grupos, da experiência de campo, ajudando a formar um comportamento mais atento, mais sensível e mais crítico, que são atributos importantes na formação de uma postura investigativa. Também parte da premissa de que não se pode intervir, de forma adequada, numa realidade que não se conhece.

Após concordar com a afirmação da aluna, a professora/pesquisadora explicou que precisavam definir o que pesquisariam acerca do subtema na comunidade local. Então, os alunos declararam que escolheriam o tipo de cerca a ser investigado: com arame liso ou farpado, com tela ou madeira. Diante de tais dúvidas, ocasionadas pela vasta informação obtida com a pesquisa exploratória, sugeriu-se que optassem pelo tipo mais utilizado na comunidade. De acordo com Da Silva e Kato (2012, p. 831), aqui “destaca-se a importância do professor como mediador da atividade, auxiliando na escolha do problema a ser estudado e levando em conta a cultura de seus alunos, o que implica em considerar seus interesses e seus conhecimentos (matemáticos ou não)”. Assim, decidiram investigar o custo de

uma de arame liso para cercar sítios de vinte e um alqueires<sup>23</sup>. Ademais, resolveram averiguar se havia diferença no preço da construção entre o uso da mão de obra humana e a do maquinário.

Para a coleta de dados, os alunos optaram por entrevistar os empreiteiros e investigar o preço da “bola de arame liso” nas lojas da comunidade. Lorrán, ansioso pela realização de cálculos matemáticos, que até então não haviam aparecido, questionou se deveria realizar a investigação e já computar os custos para cercar um sítio de vinte e um alqueires. A professora/pesquisadora explicou que, nessa etapa, deveriam se preocupar em coletar as informações e organizá-las; a matematização seria feita posteriormente. Salientou que a dupla deveria criar o roteiro da entrevista, encaminhar para que ela pudesse analisar as questões e, com seu consentimento, realizá-la. Então, a reunião foi encerrada.

Antes de encerrar essa etapa da prática pedagógica, o 2º fórum (FIGURA 3) foi lançado no *Google Sala de Aula*.

### Figura 3 – Segundo fórum

#### 2º Fórum

Você e seu colega realizaram pesquisas para se aprofundarem no tema definido. Conte-nos pelo menos três descobertas que você fez com a pesquisa?

Com relação ao desenvolvimento do trabalho em geral, tem algo que está te deixando descontente? Comente.

Fonte: das autoras (2020)

Ao responderem às questões, os alunos demonstraram aprazimento pelo trabalho que estava sendo realizado, apontando descobertas que haviam feito até esse momento. Embora o fórum solicitasse a nomeação de três, nem todos conseguiram atender completamente ao enunciado. Todavia, as que foram apresentadas foram interessantes.

A dupla Pecuária Extensiva apresentou descobertas diferentes. Naisa destacou que um sítio com a mesma área poderia ter perímetros diferentes e isso afetaria diretamente o gasto com cerca. Já seu colega Lorrán salientou o tipo de material escolhido para cercar uma propriedade, bem como as diferentes espécies

<sup>23</sup> Tipo de propriedade mais comum na região, levando em consideração que um alqueire corresponde a 24.200 m<sup>2</sup>.

de solos (se era acidentado ou não), o que estaria diretamente ligado ao custo do serviço.

Já a dupla Dinheiro Rural fez descobertas semelhantes, já que seus integrantes informaram que o aumento do preço do gado não foi proporcional, pois, se considerados sexo, raça e idade, houve uma variação de preço considerável. Crisieli também relatou que, embora a existência de uma cotação de preços para cada tipo de criação, ela não contempla todos os criadores, isto é, depende da necessidade de cada um: quem precisa realizar a venda de imediato aceitará um preço abaixo do estipulado; ao contrário daquele que pode aguardar por um melhor.

As descobertas da dupla Comitiva Buscapé também se revelaram proveitosas. Enquanto Geiciel destacou o aumento do preço do leite na época da estiagem, que ele considerou baixo se considerada a queda da produção nesse período, Rafaela mostrou sua indignação ao constar a existência de empresas que “não pagam quase nada” pelo litro do leite. Ela enfatizou que o tirado na ordenhadeira, mesmo sendo em maior quantidade, acaba desagregando o valor por conta dos gastos, afirmando que a única vantagem nesse processo é o tempo dispensado.

A dupla Agropecuária declarou que fez duas descobertas legais, mas sem nomeá-las. De acordo com Ranieli, o colega e ele aprenderam o que precisa ser feito para melhorar o desenvolvimento do gado e agregar valor, mas sem entrar em detalhes.

As respostas ao fórum evidenciam que os alunos fizeram descobertas por meio da pesquisa. O fato demonstra que a etapa da pesquisa exploratória é fundamental à Modelagem. De acordo com Kluber e Burak (2012), a maioria das situações-problema trabalhada nessa perspectiva é elaborada nessa fase da pesquisa. Embora o trabalho tenha sido realizado em dupla, ficou explícito que cada estudante fez suas descobertas, pesquisando de acordo com o subtema definido para a equipe, o que era de seu interesse.

Nesse sentido, essas descobertas vão de encontro ao que alguns alunos inicialmente questionaram: ‘E a Matemática?’ Em efeito, no decorrer da tarefa, destacaram-se (como descobertas) a não proporcionalidade no aumento de preço do gado evidenciada nas respostas da equipe Dinheiro Rural; a não proporcionalidade no aumento do leite em relação à queda da produção no período

de estiagem demonstrada na resposta do aluno Geiciel; retângulos podem ter a mesma área e perímetros diferentes, aumentando ou diminuindo o custo para cercar a propriedade segundo a aluna Naisa. Essas situações se relacionam a conteúdos matemáticos.

A análise dessa etapa, incluindo o encontro síncrono (reunião com cada dupla) e as respostas ao 2º Fórum demonstram que as quatro duplas apresentaram certezas empíricas mesmo antes de realizar a coleta de dados, que, posteriormente, foram confirmadas ou refutadas matematicamente. Assim, Rafaela, da equipe Comitiva Buscapé, acreditava que o lucro referente à produção de leite com ordenhadeira e resfriador seria o mesmo da realizada manualmente e sem o resfriador, já que os gastos com investimentos e energia elétrica são maiores. Já para a dupla Agropecuária, o produtor que acrescentasse ração ao rebanho obteria um lucro maior por ser mais rápido, ou seja, diminuiria o tempo para o abate. Por sua vez, Crisieli, da dupla Dinheiro Rural, afirmou que o preço do gado vendido na região é calculado por arroba quando não se vende “no peso”, pois o preço da vaca parida é diferente do da solteira. Por fim, a dupla Pecuária Extensiva declarou que quanto maior a propriedade, maior o valor gasto para cercá-la; além disso, um sítio que custaria menos cercar, mantendo a mesma área, deveria ter formato quadrado. Essas certezas empíricas corroboram as ideias de Caldeira (2009, p. 38) com relação à Modelagem:

O conhecimento matemático adotado pela cultura escolar incorporado pelos pressupostos da Modelagem Matemática, não mais simplesmente como um método de ensino-aprendizagem, mas como uma concepção de educação matemática que incorpore proposições matemáticas advindas das interações sociais, levando em consideração, também, aspectos da cultura matemática não escolar, deverá fazer com que o estudante perceba a necessidade do enfrentamento da sua realidade, lutar contra ela se necessário for; romper com determinadas amarras e com as adaptações a que comumente estão acostumados a lidar. Esse enfrentamento vai se dar não somente pela nova racionalidade, mas também e, principalmente, pela sua participação ativa em sala de aula. Problematicar, elaborar suas próprias perguntas, desenvolver por meio da pesquisa, refletir e tirar suas próprias conclusões – pressupostos básicos dessa perspectiva de Modelagem Matemática.

É importante ressaltar que se entende por enfrentamento da realidade (CALDEIRA, 2009.p.38) a ideia de aceitar as certezas empíricas trazidas pelos alunos e, após a coleta de dados, analisá-las à luz da Matemática. Esse enfrentamento ocorre no sentido de testar e não simplesmente superar as certezas empíricas.



### 4.3 Terceiro Momento – Levantamento do (s) Problema (s)

Este momento ocorreu em duas etapas distintas. A primeira envolveu uma reunião com todo o grupo de alunos; a segunda, com cada dupla, separadamente. Aquela aconteceu em 04 de agosto do corrente ano e teve duração de trinta e três minutos, sendo basicamente uma aula expositiva dos conceitos básicos de função. Ressalta-se que a intenção da professora/pesquisadora não era ensinar os cinco tipos de funções (mencionadas a seguir), até porque o tempo e os recursos utilizados não permitiriam, entretanto, a mesma apresentou noções iniciais de cada tipo de função, bem como suas definições e respectivos gráficos, para que os pesquisados conseguissem diferenciá-las e posteriormente associar os problemas levantados à uma delas.

Ao iniciar a reunião, a professora/pesquisadora informou que apresentaria algumas noções básicas das funções afim; quadrática; modular; exponencial e logarítmica; comumente estudadas no 1º Ano do Ensino Médio. Em seguida, haveria um tempo para questionamentos. Na metade do encontro, os alunos declararam que o vídeo estava travando, e o áudio cortava em função da conexão da internet, impedindo-os de entender o que estava sendo exposto. Diante disso, a professora/pesquisadora afirmou que enviaria o link do vídeo e a apresentação de Slides que ela estava usando por meio do *WhatsApp* para que eles pudessem rever a apresentação, mas que se tratava de uma explicação superficial e que depois deveriam fazer pesquisas sobre esses tipos de funções.

Embora os conceitos iniciais de funções já tivessem sido estudados no 9º ano, e a aluna do 2º ano do Ensino Médio aprendido todos os tipos no ano anterior, foram destacados pela professora/pesquisadora. Assim, ela explicitou a necessidade de pesquisas sobre cada tipo (de função) para resolver/modelar os problemas encontrados. Esse momento da prática pedagógica evidencia a ideia de Brito e Almeida (2005, p. 68), pois afirmam que

Os conceitos usados podem ser conhecidos, ou não. Se não o forem, o momento deve ser aproveitado para introduzi-los e somente depois prosseguir com a atividade de modelagem. Isto faz com que o aluno perceba a utilidade da matemática e se torne capaz de aplicar conceitos em situações diversas.

Além de conceituar funções, a professora/pesquisadora também mencionou o uso do *GeoGebra* como instrumento para desenhar gráficos. Ela demonstrou a utilização dessa ferramenta com a calculadora gráfica, inserindo diferentes funções e observando o comportamento dos seus respectivos gráficos. Após conceituar as funções e apresentar o *GeoGebra*, elencou algumas perguntas que deveriam ser respondidas nas próximas reuniões, que aconteceriam, separadamente, com cada dupla.

Professora/pesquisadora: *Agora devem organizar os dados que vocês obtiveram e vão responder: Que dados obtiveram? Como estão organizados? De que forma as grandezas aparecem? A partir dos dados coletados, é possível determinar algum tipo de função? Que tipo de função? Qual o tipo de gráfico? Nessa pergunta aqui, eu já adianto que, em todas as informações que vocês coletaram, vai aparecer, pelo menos, um tipo de função dessas que eu apresentei. Essa parte vai ser com vocês.*

Novamente, enfatiza-se que, no uso da Modelagem, é importante a presença de um (a) professor (a) / pesquisador (a) como mediador (a) do conhecimento, pois, em vez de conceder respostas prontas, ele(ela) elabora perguntas que precisam ser respondidas pelos alunos. Nessa perspectiva, Burak (2010, p. 21) sustenta que

O papel de professor na qualidade de mediador é de importância fundamental no trabalho com a Modelagem, pois esse é o momento em que se pode contribuir de forma significativa com o estudante no desenvolvimento de sua autonomia, na formação de um espírito crítico.

Após orientar os alunos, a professora/pesquisadora marcou, com cada dupla, a próxima reunião, visando à apresentação dos resultados da análise dos dados coletados na pesquisa, imbricados para os conceitos das diferentes funções. Assim, ressalta-se a necessidade de uma busca mais aprofundada sobre o conteúdo matemático.

É importante lembrar que, em virtude da má qualidade da conexão de *internet*, uma dupla não participou da reunião; outra só conseguiu se comunicar via chat. Então, a professora/pesquisadora se comprometeu em disponibilizar o *link* com a gravação, os slides que ela utilizou para explicar as funções e um *print* com as questões que eles precisariam responder na próxima reunião, ao grupo de *WhatsApp*, salientando que, caso alguém tivesse alguma dúvida, poderia entrar em contato.

O problema relacionado com a conexão de *internet* evidencia que, em uma aula na qual se utiliza a Modelagem, o planejamento pode ser revisto se o propósito é obter melhores resultados no ensino. Segundo Silva e Oliveira (2012, p.1075), “o planejamento pode ser visto como um processo flexível, sujeito a eventos circunstanciais (alguns até previsíveis) que sofram alterações a serem adotadas”.

No período que antecedeu as reuniões com as duplas, a professora/pesquisadora conversou com os alunos, via *WhatsApp*, para saber se tinham alguma dúvida e ressaltou que precisavam analisar os dados coletados na entrevista para poderem responder às questões. O aluno Geiciel mencionou dúvidas quanto ao gráfico, questionando se os dados coletados resultariam em um histograma. Ela esclareceu que o tipo de gráfico estaria relacionado ao da função. Já o aluno Paulo solicitou ajuda para calcular o valor da ração produzida pelo pecuarista, pois ele tinha as seguintes informações:

Farelo de soja: R\$ 1.200,00 a tonelada

Núcleo<sup>24</sup>: R\$ 80,00 a saca de 60 quilogramas

Milho: R\$ 35,00 a saca de 60 quilogramas

Ração = 10% núcleo e 20% milho

A professora/pesquisadora explicou que ele teria que utilizar os conceitos de porcentagem ou regra de três simples para calcular o valor, já que 10% da ração era composta de núcleo e 20%, de milho; os 70% restantes seriam de farelo de soja. Neste momento, cumpre esclarecer que, embora a prática pedagógica estivesse focada no estudo de funções, poderiam aparecer outros conteúdos. Consciente disso, ela incentivava a pesquisa, revisão e utilização desses e outros conceitos, bem como a matematização dos dados coletados de cada dupla.

Para organizar e matematizar os dados dos alunos até transformá-los em uma função, outros conceitos matemáticos foram revistos, tais como: porcentagem, regra de três simples, área e perímetro, diferentes unidades de medida, conversão de unidade de medida, pois, como destacam Klüber e Burak (2007), na perspectiva

---

<sup>24</sup> Composto de vitaminas e minerais essenciais ao desempenho produtivo e reprodutivo do rebanho.

da Modelagem, os problemas determinam o conteúdo. Assim, mesmo que a professora/pesquisadora tivesse o interesse de transformar os problemas em funções, estes determinariam os demais conteúdos trabalhados, bem como o tipo de função que cada dupla determinou.

Para a dupla Dinheiro Rural, que não solicitou orientação da professora/pesquisadora, sugeriu-se que analisasse os dados e observasse se havia grandezas que se relacionavam entre si e de que maneira esse relacionamento ocorria. Quanto à dupla Pecuária Extensiva, a professora/pesquisadora lhe encaminhou vídeos, do Youtube, sobre como calcular área total. Esses vídeos demonstravam como utilizar o perímetro de um retângulo, transformando-o em equação do 2º grau, e determinar a área máxima, pois a dupla havia apresentado a certeza empírica, na etapa anterior, de que quanto mais próxima de um quadrado a propriedade estivesse, menor seria o custo para cercá-la, mantendo a mesma área.

Dessa forma, a professora/pesquisadora interveio de forma a garantir que a certeza fosse testada. Ciente de que os resultados da pesquisa que a dupla havia efetuado podiam ser matematizados de diferentes formas, levou os alunos a aprofundarem conceitos de funções do 1º e 2º graus. Como defendem Biembengut e Dorow (2008), o professor que utiliza Modelagem segue duas abordagens: uma em que é possível trabalhar os conteúdos, apresentando-os dentro do processo de Modelagem; na outra, ele orienta os alunos a modelar.

A segunda parte desse momento da Modelagem aconteceu em reuniões síncronas com cada dupla, separadamente, de 11 a 14 de agosto, com duração aproximada de trinta minutos. A primeira a se reunir com a professora/pesquisadora foi a Comitiva Buscapé, que foi assim questionada:

Professora/pesquisadora: *Que dados obtiveram?*

Geiciel: *Eu coloquei a quantidade de gado, o preço da ordenha, gasto com energia, quantos litros tira, o preço do leite e da ração, custo do medicamento, preço do bezerro, da novilha, preço do resfriador.*

Professora/pesquisadora: *Como esses dados estão organizados? É possível representá-los em gráficos, tabelas?*

Geiciel: *Acho que em tabela fica melhor.*

Rafaela: *Acho que dá para usar os dois.*

Professora/pesquisadora: *De que forma as grandezas aparecem? Elas estão crescendo, decrescendo?*

Geiciel: *Eu coloquei crescente.*

Professora/pesquisadora: *Por que você acha isso, Geiciel?*

Nesse momento, o aluno declarou que observou um aumento no preço do leite com o passar dos anos, motivo pelo qual considerava as grandezas crescentes. A professora/pesquisadora afirmou concordar que elas se apresentavam de forma crescente; mas por outros motivos. Assim, explicou que, comparando o preço do leite à quantidade de litros entregues, é possível perceber que, quanto mais litros de leite são vendidos, maior valor, em dinheiro, recebe-se no fim do mês. Sendo assim, essas grandezas são de ordem crescente. No entanto, uma análise mais profunda da resposta do aluno demonstra a existência de lógica na sua resposta, o que vai ao encontro da ideia de Burak (2010, p. 22): “O erro deve ser entendido como uma aproximação da verdade, pois é mais educativo e preferível o erro resultante de um processo de pensamento, do que uma resposta correta emitida ao acaso, quando o estudante não é capaz de justificar o porquê da resposta dada”. Com a afirmação do discente de que havia compreendido o conceito da ordem das grandezas, a professora/pesquisadora continuou a reunião.

Professora/pesquisadora: *A partir dos dados coletados, é possível determinar algum tipo de função? Que função? Qual é o tipo de gráfico dessa função?*

Geiciel: *Função afim.*

Professora/pesquisadora: *E o gráfico?*

Geiciel: *Uma reta.*

Professora/pesquisadora: *Muito bem... Também consigo ver a função afim presente.*

Professora/pesquisadora: *Que problemas encontraram? E como é possível resolvê-los?*

Dessa forma, a professora/pesquisadora incentivou a Rafaela a defender suas conjecturas, ou seja, embora os dois entrevistados trabalhassem com produção de leite de uma maneira bem diferente – um possuía um número significativo de vacas, ordenhadeira e resfriador; outro, poucas vacas, sem resfriador próprio, ordenha manual -, o lucro de ambos seria parecido. O fato é que a aluna calculou os investimentos e gastos do primeiro entrevistado e os comparou com os do segundo, cuja receita era menor, mas também o custo. Seu colega Geiciel concordou com esse ponto de vista. A professora/pesquisadora declarou que essa opinião era uma hipótese interessante e que deveria ser matematizada a fim de ser provada ou refutada. Essa etapa proporcionou à dupla a conquista da autonomia, que, segundo Burak (2010, p. 22), “perpassa pela liberdade de conjecturar, construir hipóteses, analisar as situações e tomar decisões”.

Cumprе destacar que a maioria dos sitiantes locais, cuja renda é baseada na pecuária, não possui o hábito de calcular os custos, receitas e lucros de sua produção mensal, fato que suscitou outra discussão. Essa realidade se evidenciou na entrevista que a dupla realizou com os dois produtores: ambos garantiram que não tinham gastos mensais com veterinária, ou eram ínfimos. No entanto, em um sítio de vinte e um alqueires, no qual se cria gado de corte ou leiteiro, há despesas com sal, remédio, vacina, vermífugo, entre outros.

Em efeito, essa falta de controle pode levar o produtor ao endividamento e, conseqüentemente, à venda do rebanho e trabalhar para terceiros por acreditar que viver apenas da renda do sítio é inviável. Entretanto, o que lhe falta é conhecimento para administrar esse tipo de atividade. Esse fato evidencia a função social da escola: dar significado ao conhecimento produzido em sala de aula não só aos alunos, mas para a comunidade na qual eles estão inseridos. Nesse contexto, observam-se características da Modelagem que Barbosa (2003, p.4), chama de sócio crítica, reconhecendo que “as aplicações da matemática estão amplamente presentes na sociedade e trazem implicações para a vida das pessoas”.

Ao encerrar esse momento síncrono, a professora/pesquisadora solicitou que a dupla determinasse os problemas encontrados na pesquisa com o propósito de matematizá-los no próximo encontro.

A segunda dupla a se reunir com a professora/pesquisadora foi a da Agropecuária. Questionada sobre que dados obteve, Paulo relatou que

Paulo: *nós obtivemos dados sobre qual é o preço da arroba, qual o ganho de peso depois que ela (criação) vai para o confinamento, com quantos quilos ela vai para o confinamento, com quantos quilos que sai, quantos quilos de ração são produzidos. Que nem eu fiz a conta, professora, que nem ele falou de sete a quinze quilos de ração por dia, aí a Rani me falou que eram cem cabeças que eram postas no confinamento. Aí fica novecentos quilos por dia. Consome novecentos quilos por dia.*

Ranieli: *Depende do tamanho do confinamento.*

Paulo: *É, vai do tamanho do espaço. Aí também temos quanto tempo eles ficam no cocho, que é de noventa a cento e vinte dias. No mínimo, noventa; no máximo, cento e vinte. Quanto cada cabeça come por dia, que é de sete a quinze quilos por dia, aí eu fiz a base, coloquei nove.*

Ao perceber a hesitação da professora/pesquisadora com a medida adotada (a base 9), o aluno reproduziu o áudio no qual o entrevistado declarava que, no início do confinamento, o animal consumia sete quilos de ração por dia, chegando a doze no final, mas, dependendo do tamanho, alguns bois podiam consumir até quinze; porém, o produtor esclareceu que eram exceções. Então, o aluno mencionou que essa quantidade varia conforme o boi cresce; por isso, optaram por adotar nove quilos. Por compreender o raciocínio do discente, ela (a professora/pesquisadora) concordou em manter a medida adotada.

Questionada sobre a organização dos dados, se era possível organizá-los em gráficos ou tabelas, a dupla respondeu que podiam ser tanto em gráficos quanto em tabelas. Ademais, os dois alunos afirmaram que as grandezas coletadas aparecem de forma crescente, justificando que a tendência era só ter lucro. Na ocasião, a professora/pesquisadora explicou que crescente é a maneira pela qual as grandezas se relacionam umas com as outras, ou seja, quanto mais ração se produz, maior será o gasto; quanto mais o gado pesa, maior será o seu valor e assim sucessivamente. Como ocorreu com a dupla anterior, é possível perceber no erro um “processo de pensamento” como sugere Burak (2010, p. 22).

A professora/pesquisadora também questionou se os dados coletados podiam resultar em algum tipo de função e como era sua representação gráfica.

Paulo: *A função lucro, custo e afim. E o gráfico é o gráfico da Afim que é uma reta.*

Cabe enfatizar que Paulo foi um dos alunos que não conseguiu participar da primeira reunião dessa etapa; entretanto, procurou se informar acerca do que nela foi tratado. Além de passar o *link* com a gravação e o slide utilizado, a professora/pesquisadora também sugeriu que ele pesquisasse mais sobre os tipos de funções. A enunciação acima transcrita demonstra que o menino estudou e se preparou para essa reunião.

Sobre os problemas encontrados nos dados coletados passíveis de matematização, Paulo respondeu que havia situações de custo, lucro e porcentagem. Cientes dos problemas matemáticos que deveriam ser resolvidos na próxima etapa da prática, encerraram a reunião.

A terceira reunião envolveu a dupla Pecuária Extensiva. Ao serem perguntados sobre os dados obtidos com a pesquisa, os dois alunos citaram descobertas que fizeram sobre o preço das lascas<sup>25</sup>, compradas em dúzias, preço do arame e valor da mão de obra. Naisa destacou que a mão de obra é cobrada por quilômetro; por sua vez, Lorrان afirmou que, ao contrário do que se pensava, a diferença entre o valor da cerca feita com auxílio de maquinário e da mão de obra humana é praticamente insignificante. Percebe-se que a análise dos dados coletados possibilitou a refutação dessa certeza empírica trazida por Lorrان.

Em seguida, a professora/pesquisadora os questionou sobre como os dados obtidos poderiam ser organizados. Os dois responderam que tanto em gráficos como em tabelas. Quanto às grandezas que apareceram, ela obteve as seguintes respostas:

Naisa: *É, elas são crescentes.*

Lorrان: *São crescentes, porque quanto mais metros (construídos) mais caro fica.*

Ao serem indagados se os dados coletados resultariam em algum tipo de função, Lorrان respondeu que ele achava possível determinar função afim. Em

---

<sup>25</sup> Conhecidas também como mourão, palanque ou piquete, são estacas (normalmente de madeira), utilizadas, presas verticalmente ao solo para dar sustentação à cerca.



seguida, perguntou-se à dupla se havia a possibilidade de surgirem problemas a partir desses dados.

Lorran: *Bom, o maior problema é o da medida, da área.*

Essa resposta evidencia significados interessantes pois, antes de se reunirem, a professora/pesquisadora solicitou que os alunos questionassem parentes, amigos e vizinhos acerca das medidas de largura e comprimento de propriedades com vinte e um alqueires. Embora o assentamento seja, na sua maioria, em sítios com essa área, percebeu-se que o perímetro era diferente, ocasionado preços distintos na construção de cerca.

Assim, a professora/pesquisadora percebeu que havia a possibilidade de aprofundar conceitos de área e de perímetro, o que a levou a instigar a dupla a realizar outras descobertas, relatadas no próximo subtema da dissertação: Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema. Neste instante, é importante destacar que “O desenvolvimento da capacidade de articular os dados e formular problemas provindos da situação pesquisada se constitui em valor formativo e atitudinal de incomparável significado educativo” (BURAK, 2010, p. 22).

A dupla também relatou que precisava se informar a respeito dos custos para cercar uma propriedade inteira. Nesse momento, a professora/pesquisadora identificou outro problema matemático que poderia ser desenvolvido, sugerindo que pensassem em um valor por quilômetro, já que a mão de obra é cobrada dessa maneira. Em seguida, encerrou-se a reunião.

A última reunião da 3ª etapa aconteceu com a dupla Dinheiro Rural. Perguntados sobre os dados levantados na pesquisa, Crisieli respondeu:

Crisieli: *A gente teve o valor da desmama, vaca parida, bezerro leiteiro, nelore, como que é feito uma cotação, valor de um garrote.*

Professora/pesquisadora: *Como os dados estão organizados? É possível organizar em gráficos, tabelas?*

Vitor: *Dá para organizar nos dois.*

Ao serem indagados de que forma os dados apareceram, se crescentes ou decrescentes, a dupla fez uma análise de todos eles e percebeu que não havia como comparar as cotações para os diferentes tipos de gado (macho, fêmea, leiteira, nelore...).

Vitor: *Eles não sobem (aumentam) em escala e nem descem (diminuem) em escala.*

A professora/pesquisadora inferiu que, se analisassem a cotação de cada tipo de gado separadamente, perceberiam que o valor unitário poderia ser negociado por arroba, quilograma ou cabeça, o que possibilitaria investigar separadamente essas grandezas. Estas, segundo os alunos, caso envolvessem tais valores, seriam crescentes. Por sua vez, a professora/pesquisadora, no papel de mediadora, ajudou-os a traduzir as informações coletadas, buscando quantificar uma situação como propõe Burak (2010).

Questionados se os dados coletados poderiam resultar em algum tipo de função, a dupla hesitou em responder. Crisieli declarou que eles resultariam em algum tipo de conta, já que tinham coletado dados numéricos; no entanto, não se sentia segura em afirmar se era possível estabelecer algum tipo de função. Então, a professora/pesquisadora afirmou que, como respondido na pergunta anterior, os dados se apresentam de forma crescente e que era possível estabelecer uma função afim.

Por fim, perguntou-se à dupla que problemas matemáticos poderiam ser construídos a partir dos dados coletados.

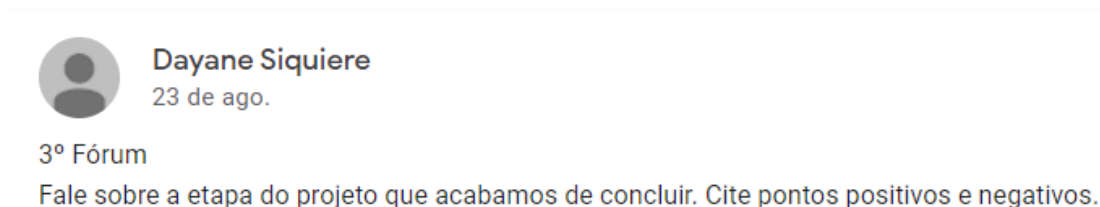
Vitor. *Eu não sei se tem a ver com isso, mas tipo, quando eu estava fazendo as perguntas [...] chegou numa altura que ele começou a responder o seguinte, ele não respondia o preço total, ele respondia o preço em arroba, daí eu tinha que calcular, para saber o resultado.*

A dupla concluiu que, para os compradores de gado, esse cálculo é realizado com muita facilidade, já que estão habituados a fazê-lo; no entanto, para os leigos, a demora é maior. Dessa forma, os dois alunos constataram a existência de dados para serem matematizados, pois a compra e a venda de gado, como dito anteriormente, não acontecem apenas por arroba, mas também por quilograma ou

por cabeça. Além disso, o valor da cotação varia de acordo com o tipo, sexo e tamanho da criação. Portanto, essa etapa contribuiu para que os estudantes conseguissem sintetizar as informações coletadas para tentar matematizá-las na próxima etapa. Como propõe Burak (2010), o levantamento dos problemas permitiu que as duplas conjecturassem, construíssem hipóteses, analisassem diferentes situações e tomassem decisões sobre que informações modelar matematicamente.

Finalizada a etapa, a professora/pesquisadora postou as orientações para o fórum.

Figura 4 – Terceiro fórum



Fonte: das Autoras (2020)

Nesse fórum, os alunos não conseguiram responder com clareza as perguntas. A dupla Pecuária Extensiva revelou que aprendera muito com a etapa e que esperava ansiosamente pela próxima; no entanto, seus integrantes não mencionaram o quê. A Comitativa Buscapé objetou que não tivera dificuldades em responder às questões da etapa e que havia aprendido um pouco mais sobre funções, mas também sem mencionar maiores detalhes.

A dupla Dinheiro Rural, que contou com a aluna do 2º Ano, da mesma forma, respondeu de maneira evasiva à questão. Segundo os dois alunos, ocorreu o envolvimento de questões matemáticas e que estavam revendo conceitos já estudados anteriormente, considerando-os importantes para os dias atuais. Por fim, a Pecuária Extensiva destacou que chegara a conclusões interessantes acerca do preço do gado e semiconfinamento, realizando descobertas que, mesmo morando no sítio e lidando diariamente com gado, desconhecia; porém, sem mencionar quais. Ademais, os dois alunos declararam que não identificaram pontos negativos, pois estavam satisfeitos com os resultados.

Mesmo que o fórum não tenha produzido os resultados esperados, esse momento não se resume a essa ferramenta de coleta de dados. Portanto, como evidencia Burak (2010, p. 22), a Modelagem possibilitou “Construir no estudante a capacidade de levantar e propor problemas, advindos dos dados coletados e mediada pelo professor” sendo, indubitavelmente, “um privilégio educativo”. Como resultados importantes desencadeados nesta investigação, salientam-se os problemas levantados para serem matematizados por cada dupla.

Quadro 6– Problemas levantados para serem matematizados.

DUPLA	PROBLEMA (S) ELENADO (S)
Comitiva Buscapé	Custo e lucro na produção de leite: ordenha manual X ordenha mecânica.
Pecuária Extensiva	Relação de área e perímetro em propriedades de 21 alqueires. Custos para cercar uma propriedade, por quilômetro.
Dinheiro Rural	Conversão das unidades de medida utilizada na cotação do gado (quilograma, arroba, cabeça) <sup>26</sup> .
Agropecuária	Custo e lucro com o rebanho no semiconfinamento. Cálculo com porcentagem para saber a quantidade de cada insumo utilizado na fabricação da ração.

Fonte: Das autoras (2020).

É pertinente destacar que, além dos problemas elencados, a professora/pesquisadora observou o potencial matemático dos dados coletados a partir do tema Pecuária que, em adição ao interesse de sistematizá-los na forma de função, evidenciou outras possibilidades matemáticas acerca dos temas investigados. Outro fator relevante e que merece destaque é a capacidade investigativa desses alunos que, sem supervisão presencial da professora/pesquisadora, desenvolveram suas pesquisas e se apresentaram às reuniões preparados, informados, engajados.

O último resultado observado pela professora/pesquisadora foi a refutação da certeza empírica (de que o custo da cerca feita com auxílio de maquinário era bem maior do que o da construída com mão de obra humana), enfatizando a importância de se trabalhar a partir dessa perspectiva, proporcionando a descoberta

<sup>26</sup> A dupla acabou por matematizar esses dados; porém, o resultado final da pesquisa foi outro.

da “verdade” pelos próprios alunos. Outrossim, essa etapa evidenciou as ideias de Burak (2010, p. 22) quando ele sustenta que o levantamento do (s) problema (s) “É uma etapa, em que a ação e a qualidade dessa ação, por parte do aluno, se fazem notar e podem se constituir em diferencial educativo”.

#### **4.4 Quarto Momento – Resolução do (s) problema (s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

O quarto momento abrangeu quatro reuniões presenciais, uma para cada dupla, com duração média de uma hora, totalizando quatro horas. Ressalta-se que o projeto inicial desta dissertação precisou ser adaptado para o desenvolvimento remoto em função da pandemia do novo coronavírus. Além disso, a má qualidade da conexão de *internet* dificultou a realização de algumas reuniões, cabendo à professora/pesquisadora decidir que essa etapa de matematização dos dados fosse realizada presencialmente. Dessa forma, reuniu uma dupla por vez, tomando os devidos cuidados para evitar a propagação da Covid-19. Esses encontros ocorreram entre os dias 16 e 23 de agosto.

A primeira reunião aconteceu com a dupla Comitiva Buscapé; entretanto, a aluna Rafaela foi impedida de participar por motivos particulares. Como ela comunicou sua ausência na data do encontro, a professora/pesquisadora, com o aluno Geiciel, decidiu manter a reunião.

A dupla que escolheu estudar a produção de leite havia pesquisado dois produtores: Produtor A – com maior quantidade de vacas-leiteiras, ordenha mecânica e resfriador próprio; Produtor B – com menor quantidade de vacas-leiteiras, ordenha manual e sem resfriador próprio. Cabe ressaltar que Rafaela sempre argumentou que o lucro nas duas categorias de produção seria semelhante, já que a desempenhada pelo produtor A resulta em mais leite, mas o investimento e gastos são maiores. Esse momento de matematização dos dados se revelou propício para confirmar ou refutar essa certeza empírica.

A primeira análise dos dados que a dupla coletou revelou a falta de informações necessárias para determinar custo e lucro. Cabe destacar que tal fato ocorreu porque os produtores não responderem a algumas questões de forma satisfatória, e os alunos, por estarem iniciando na pesquisa, não os instigaram por mais informações. Um dado que não foi coletado diz respeito aos custos com sal. Nenhum dos pecuaristas mencionou essa despesa embora fosse uma prática a

utilização de sais minerais e vitaminas necessárias ao desempenho satisfatório do rebanho. Além disso, não informaram outros custos, como remédios e vacinas, mesmo havendo, pelo menos, duas campanhas de vacinação obrigatórias no Estado Mato Grosso para a bovinocultura. O produtor A afirmou não ter gastos mensais com remédios; no entanto, como usa ordenha mecânica, é provável que recorra à ocitocina diariamente. Ele também não indicou os custos com a manutenção da ordenhadeira.

Embora alguns dados estivessem incompletos, foram suficientes para desenhar quatro funções afim do tipo linear. É importante mencionar que a professora/pesquisadora, em conjunto com o aluno Geiciel, precisou deduzir algumas informações que podem não condizer fielmente com a realidade. Mesmo assim, o Quadro 7 apresenta as que foram coletadas, deduzidas e utilizadas nessa etapa.

Quadro 7 – Dados utilizados para a matematização da dupla Comitiva Buscapé

INFORMAÇÃO	PRODUTOR A	PRODUTOR B
Quantidade de vacas ordenhadas?	20	10
Quantidade de leite/dia?	100L, no período chuvoso, dobra.	50L, no período chuvoso, dobra.
Utiliza ração?	Não	Sim
Preço do leite na seca e na chuva <sup>27</sup> ?	Seca: R\$ 1,15 Chuva: não mencionou; afirmou que diminuía.	Seca: não mencionou em nenhum dos períodos; porém, afirmou que há uma diferença de 20 a 25 centavos. Então, deduziu-se o preço do litro no período chuvoso. Chuva: R\$ 0,95

Fonte: Das autoras (2020).

Após organizar os dados, a professora/pesquisadora afirmou que era possível estabelecer a função afim.

Geiciel: *Então, com essas doze questões, dá função afim?*

<sup>27</sup> Seca e chuva se referem aos períodos de estiagem, que acontecem de junho a setembro; chuvosos, de outubro a maio. Esses períodos interferem diretamente na produção de leite em virtude da diminuição das pastagens.

Professora/pesquisadora: *Dá!*

Geiciel: *Então vai ter doze pontos?* – Referindo-se ao gráfico da função afim.

Professora/pesquisadora: *Não. A gente não vai conseguir fazer uma função só para todas as informações. A gente vai conseguir fazer funções para questões específicas. [...]*

Geiciel: *As outras funções é o quê? Função afim...*

Professora/pesquisadora: *função quadrática, função modular, a exponencial...*

Geiciel: *E a função do Segundo grau?*

Professora/pesquisadora: *É a quadrática.*

Geiciel: *Ela forma um quadrado?* – Falou desenhando no caderno uma referência ao gráfico.

Professora/pesquisadora: *Não, ela faz uma parábola, assim ou assim,* explicou, desenhando o gráfico no caderno.

Geiciel: *Crescente e decrescente.* – Apontou no desenho feito pela professora/pesquisadora.

Professora/pesquisadora: *Estudou bem, heim* - olhando com satisfação para o aluno.

Geiciel: *Uhum.*

Professora/pesquisadora: *[...] Mas vamos nos concentrar na função afim [...] A quantidade de dinheiro é dada por isso aqui, ó* (referindo-se ao preço pago por litro), *em função da quantidade de leite. [...] Isso aqui é uma função afim.*

Geiciel: *É mesmo, né?*

Professora/pesquisadora: *A média de leite por vaca. Se eu tenho a média de dez litros por vaca consigo determinar a quantidade y de leite variando a quantidade x de vacas.*

Geiciel: *Então é x vezes 10 que é igual a y.*

Professora/pesquisadora: *Isso. Desenha ela aqui* – entregando o caderno ao aluno.

Após indicar que a média de produção dos dois produtores era semelhante nos períodos de estiagem e chuvoso, foram estabelecidas duas funções afim do tipo linear e duas funções para a receita diária, também considerando os dois períodos. Ressalta-se que o aluno Geiciel desenhava as quatro funções sozinho e, quando ficava indeciso sobre qual deveria ser o  $x$  ou o  $y$  da função, a professora/pesquisadora o auxiliava, retornando ao problema que ele pretendia descrever.

A primeira função, relacionada à produção média diária de leite no período chuvoso, ficou assim:  $10x = y$ . A professora/pesquisadora informou que ela poderia ser desenhada da seguinte forma:  $y = 10x$  ou  $f(x) = 10x$ . Ela também afirmou que, mesmo parecendo diferentes, demonstram a mesma informação. Nesse momento, o aluno fez um questionamento interessante, demonstrando, novamente, conhecimento em relação à função afim.

Geiciel: *E o  $b$  professora? Não tem  $b$ ?*

Professora/pesquisadora: *Ah! Observação interessante a sua. Mas para ser função afim não precisa do  $b$ . É condição de existência que tenha o  $a$ .*

Nesse diálogo, percebe-se a compreensão do conceito matemático, por parte do aluno, em relação à função afim, que é descrita como  $f(x) = ax + b$ . A professora/pesquisadora explicou, desenhado no caderno, que a representação não deixava de ser uma função afim pelo fato de o coeficiente  $b$  estar ausente e que, nos outros tipos, é exigido o coeficiente  $a$ . Sobre isso, Burak (2010) afirma que os conceitos matemáticos passam a ter importância e significado, pois o discente participa ativamente da elaboração dos problemas. O aluno Geiciel estabeleceu quatro funções afim, todas do tipo linear, as quais são apresentadas a seguir:

Média de produção diária no período de estiagem:  $f(x) = 5x$

Média de produção diária no período chuvoso:  $f(x) = 10x$

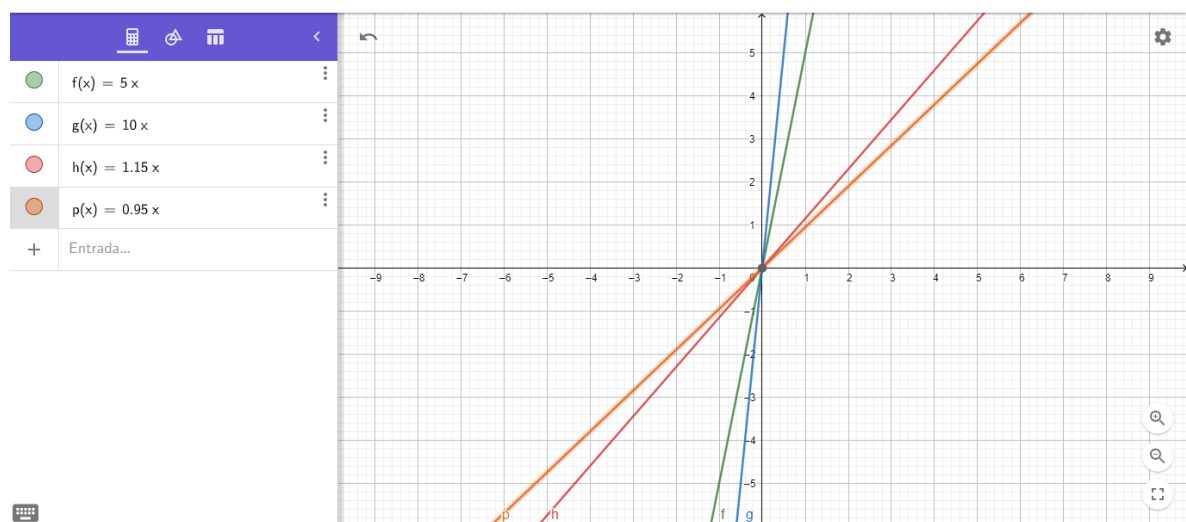
Receita diária no período de estiagem:  $f(x) = 1,15x$

Receita diária no período chuvoso:  $f(x) = 0,95x$



Desenhadas as funções, a professora/pesquisadora convidou Geiciel a observar o comportamento do gráfico no *GeoGebra*. Cabe ressaltar que, como observado na etapa anterior, o aluno já tinha conhecimento de que o gráfico da função afim resultaria em uma reta. Ele utilizou o aplicativo do *GeoGebra* no *Smartphone* enquanto ela (professora/pesquisadora) usou a versão *online* do aplicativo no *notebook*. A Figura 5 expressa o comportamento do gráfico das quatro funções estabelecidas.

Figura 5 – Comportamento dos gráficos das funções afim estabelecidas pela dupla Comitativa Buscapé



Fonte: das autoras (2020)

Nesse seguimento, a professora/pesquisadora solicitou que Geiciel analisasse os gráficos e observasse porque alguns estavam mais próximos e outros mais distantes do eixo y. O aluno inferiu que as funções referentes à média de leite ficavam mais perto; as com preço por litro de leite, mais afastadas. Ela (professora/pesquisadora) perguntou porque isso acontecia, instigando-o a observar que a inclinação do gráfico se relacionava ao valor do coeficiente a.

Professora/pesquisadora: *Geiciel, observa que esses aqui (referindo-se aos gráficos das médias diárias de litro de leite): precisa de uma vaca para ir para o cinco e nesse, uma vaca para ir para o dez. Já esses dois (referindo-se aos gráficos do preço por litro de leite), um litro não dá nem um inteiro, e esse dá um e pouquinho.*

Geiciel: *Ah! É mesmo. Que legal!*

Outras discussões relevantes surgiram durante a reunião e merecem ser mencionadas. A primeira delas é com relação ao Produtor B, que, mesmo tirando uma quantidade menor de leite, costuma incrementar a alimentação do rebanho que está sendo ordenhado com ração; diferente do Produtor A, que não acrescenta ração nem mesmo no período de estiagem. Diante dessa informação, Geiciel concluiu que esse gasto a mais que o Produtor B tem é recompensado na venda dos bezerros, já que existe cotação diferente para os cruzados, e os que são mal desenvolvidos são vendidos abaixo do preço de mercado.

Outra conclusão interessante é que o Produtor A, que possui ordenha, maior número de vacas produtoras de leite e resfriador, dedica todo o seu dia à ordenha; já o Produtor B, que investe menos tempo e dinheiro, tem um retorno menor, mas realiza outras atividades fora da propriedade. Por último, a matematização dos dados confirmou a certeza empírica de Rafaela, isto é, que a média de lucro na produção de leite, considerando os investimentos feitos pelos Produtores A e B, é a mesma.

Essas discussões corroboram as ideias de Burak (2010, p. 23), isto é, nessa etapa da Modelagem de “confeção experimental de um modelo, nessa fase de escolarização é muito interessante e permite alcançar objetivos, tais como: conjecturar, levantar hipóteses, experimentar, refletir, desenvolver a autonomia, a capacidade de buscar novas estratégias e encaminhamentos”.

Após essa análise, a professora/pesquisadora mostrou a Geiciel um modelo de apresentação por meio do qual a dupla poderia organizar as informações para a socialização com todo o grupo. Diante disso, ele solicitou o envio do modelo criado no *Power Point* para que, a partir dele, a dupla pudesse trabalhar. Em seguida, a reunião foi encerrada.

A segunda reunião dessa etapa aconteceu com a dupla Pecuária Extensiva, que pesquisou o subtema custo para cercar uma propriedade. A partir da entrevista com estivadores e pesquisa de preço da bola de arame no comércio local, os dois alunos levantaram os seguintes dados:

Quadro 8 – Dados utilizados para matematização da dupla Pecuária Extensiva (01)

INSUMO	VALOR
Mão de obra/1km construído	R\$ 2.400,00
Bola de arame/100m	R\$ 370,00

Dúzia de lasca	R\$ 270,00
----------------	------------

Fonte: Das autoras (2020).

Haja vista a mão de obra ser cobrada por quilômetro de cerca construída, a dupla teve que calcular esse valor gasto, em média, considerando, além dos custos com a mão de obra, os de arame e lasca. Pelo motivo de a cerca a ser construída ter formatos variáveis, que vão desde a quantidade de fios ao espaçamento entre as lascas, sugeriu-se aos alunos que estabelecessem os custos em terreno plano, sem regiões alagadas.

Além disso, os dois alunos deveriam utilizar o espaçamento e quantidade de fios de arames comumente observados em cercas confeccionadas no perímetro da propriedade e não no piqueteamento das pastagens. Então, decidiram calcular o custo de uma cerca com cinco fios de arames e lascas dispostas a cada quatro metros. Dessa forma, iniciaram o cálculo para determinar a despesa por quilômetro. Após descobrirem que seriam necessárias dez bolas de arame e vinte e sete dúzias de lascas, concluíram que se gastavam, em média, treze mil, trezentos e noventa reais para construir um quilômetro de cerca.

Professora/pesquisadora: *O km dá treze mil trezentos e noventa. Isso aqui dá uma função afim.*

Assim, a dupla pôs-se a pensar nos conceitos que haviam estudado. Lorrان passou algum tempo tentando determinar, a partir da informação dada pela professora/pesquisadora ( $km=13390$ ), qual seria o coeficiente  $a$  e  $b$  na função, mas não conseguia avançar. A professora/pesquisadora então percebeu que a dúvida era referente ao valor do coeficiente  $b$ .

Professora/pesquisadora: *Qual seria a “fórmula” para determinar o preço de qualquer tamanho de cerca?*

Lorrان: *Tem que ser  $a$  e  $b$ .  $A$  vai representar o quilômetro, e  $b$  vai representar...* O aluno ficou reticente porque não conseguia estabelecer o  $b$  da função.

Lorran: *Por causa que a do segundo grau é a outra e vai ser a, b e c. [...] Então, vai ser y igual a a (apontando para o valor por quilômetro escrito no caderno) vezes x. Agora tenho que encontrar o outro que vai ser b.*

Professora/pesquisadora: *Mas não precisa ter b. Ela continua sendo uma função afim se tiver só a.*

Lorran: *Ah. Porque o b, às vezes, é representado por zero.*

Professora/pesquisadora: *Isso!*

Lorran: *O a não pode (ser zero). O b e o c podem.*

Professora/pesquisadora: *Isso. O b da função afim e o b e c da função quadrática.*

Lorran: *Então, o b dessa função aqui vai ser zero.*

Professora/pesquisadora: *Sim. Eu não consigo estabelecer um b para essa função, porque tem que ser um custo fixo e aqui a gente só tem custo variável.*

Naisa: *Ah! Que depende do tamanho da cerca, né?*

Professora/pesquisadora: *Exatamente.*

Naisa: *Então, o a vai ser esse valor (apontando para o caderno o preço por quilômetro) vezes x, que é os quilômetros.*

Professora/pesquisadora: *Pronto. Essa é uma função afim.*

Após gerarem a função que determinava o custo para construir uma cerca por quilômetro -  $f(x) = 13290x$  -, a professora/pesquisadora utilizou o quadro para fazer um rascunho do que seria o gráfico dessa função.

Professora/pesquisadora: *Percebem que esse gráfico vai ficar muito comprido porque o preço por quilômetro é muito alto.*

Naisa: *Um exemplo, se a gente colocar 1, 2, 3, 4, 5... (referindo-se ao eixo x), vai subir muito. A gente vai ter que colar folha (para desenhar o gráfico).*

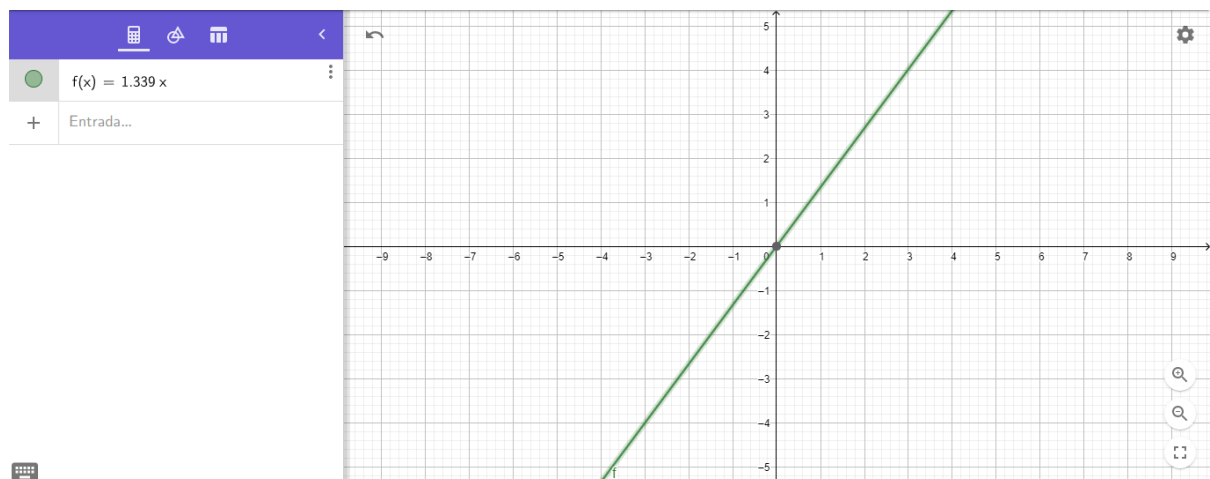
Professora/pesquisadora: *Não. Vocês não vão precisar disso porque vão usar o GeoGebra. Vem aqui ver.*

Nesse momento, os dois alunos acompanharam a professora/pesquisadora até o seu computador, que lhes explicou como acessar o *GeoGebra online* e também o aplicativo no *Smartphone*. Ao inserir a função  $f(x) = 13390x$ , a dupla e a professora/pesquisadora perceberam, surpresos, que o gráfico se desenhava sobreposto ao eixo y. Ela também não esperava esse tipo de comportamento do gráfico, pois nunca havia trabalhado funções com valores tão altos, mas rapidamente compreendeu o que estava acontecendo e explicou à dupla:

Professora/pesquisadora: *Tá assim porque cada 1 x equivale a mais de 10 mil y.*

Após pensar por algum tempo em como representar a função de maneira que o gráfico ficasse visível no *GeoGebra*, a professora/pesquisadora testou algumas variações dessa função, transformando o coeficiente a em um número decimal equivalente. Primeiro, inseriu na calculadora gráfica  $f(x) = 13,39x$ , mas percebeu que, mesmo assim, o valor continuava alto, dificultando a visualização do gráfico. Então, adotou  $f(x) = 1,339x$  (FIGURA 6).

Figura 6 – Gráfico da função afim estabelecida pela dupla Pecuária Extensiva



Fonte: das autoras (2020)

Professora/pesquisadora: *Olha. Assim o gráfico fica mais visível.*

Naisa: *É mesmo.*

Professora/pesquisadora: *Mas vocês não podem esquecer que cada x equivale a 1 e cada y equivale a 13390.*

Lorran: *É verdade, é verdade.*

Ao dar sequência à reunião, a professora/pesquisadora utilizou a descoberta de Naisa para mostrar que diferentes perímetros podem representar a mesma área dos problemas de medida, suscitados por Lorran e pela certeza empírica da dupla de que um sítio quadrado manteria a área e custaria menos para cercar conforme relatado no segundo e terceiro momentos desta pesquisa. O motivo era desafiar os dois alunos a determinarem a área máxima de duas propriedades que possuíam vinte e um alqueires, mas perímetros diferentes. Com essa provocação, a professora/pesquisadora tentou levá-los a determinar uma função quadrática a partir das informações dos perímetros dos dois sítios. Cabe ressaltar que, antes da reunião, ela havia encaminhado *links* de vídeos sobre área máxima e sugeriu que pesquisassem mais sobre o assunto.

Para desenvolver esse desafio, os alunos fizeram uso das informações contidas no Quadro 9:

Quadro 8 – Dados utilizados para a matematização da dupla Pecuária Extensiva (02)

INFORMAÇÃO	MEDIDA
Propriedade A	Comprimento: 1.200m Largura: 428m
Propriedade B	Comprimento: 1.250m Largura: 408
Alqueire	24.200m <sup>228</sup>

Fonte: Das autoras (2020).

Neste sentido, a professora/pesquisadora questionou os alunos sobre o valor do perímetro de cada propriedade, sabendo que a área era a mesma, isto é, vinte e um alqueires. Eles concluíram que o perímetro da propriedade A era de 3.256 metros; da propriedade B, 3.316m. Com essa informação, a dupla passou a determinar a área máxima de cada uma das propriedades, transformando o

---

<sup>28</sup> Medida utilizada no Estado do Mato Grosso.

perímetro em função do segundo grau. Para isso, Naisa desenvolveu o cálculo da propriedade A enquanto Lorrان calculou o da propriedade B. Com base nos vídeos que haviam assistido, sabiam que, embora a definição da função quadrática fosse dada por  $ax^2 + bx + c$ , as funções que determinariam não teriam o valor coeficiente c.

No Quadro a seguir, estão descritos os cálculos efetuados para determinar as funções de área máxima das propriedades A e B.

Quadro 9 – Cálculo efetuado para determinar função da área máxima das propriedades A e B

PROPRIEDADE A	PROPRIEDADE B
$2x + 2y = 3256$	$2x + 2y = 3316$
$x + y = 1628$	$x + y = 1658$
$y = 1628 - x$	$y = 1658 - x$
$A = x(1628 - x)$	$A = x(1658 - x)$
$A = -x^2 + 1628x$	$A = -x^2 + 1658x$

Fonte: Das autoras (2020).

Determinadas as funções quadráticas de cada sítio, a professora/pesquisadora explicou que o y do vértice determinaria a área máxima de cada um em metros quadrados. Feito isso, ela perguntou quantos alqueires cada propriedade teria; então, a dupla dividiu o valor encontrado com o cálculo do y do vértice por 20400, valor de um alqueire em m<sup>2</sup>. Os dois alunos também determinaram o x do vértice para descobrir a medida de um dos lados de cada uma das propriedades. Desse modo, obtiveram os resultados do Quadro 11:

Quadro 10 – Resultado das matematizações da dupla Pecuária Extensiva

PROPRIEDADE	FUNÇÃO	Yv – ÁREA MÁXIMA	Xv – MEDIDA DO LADO
A	$f(x) = -x^2 + 1628x$	662.596m <sup>2</sup>	814 metros
B	$f(x) = -x^2 + 1658x$	687.241m <sup>2</sup>	829 metros

Fonte: Das autoras (2020).

Em seguida, a orientadora instigou a dupla a calcular o custo para cercar todo o perímetro da propriedade A (3.256 metros) e B (3.316 metros). Então, utilizando a primeira função ( $f(x) = 13390x$ ) que haviam determinado, chegaram aos seguintes resultados:

Custo para cercar a propriedade A: R\$ 43.597,84

Custo para cercar a propriedade B: R\$ 44.401,24

Os alunos se surpreenderam com o alto valor para cercar vinte e um alqueires. Ressalta-se que o cálculo considerou uma propriedade plana, sem áreas alagadas e o valor dos palanques<sup>29</sup> que poderiam ser necessários.

Professora/pesquisadora: *Então, o que a gente pode concluir é que o dinheiro gasto para cercar a propriedade A poderia ser utilizado para cercar uma propriedade de mais de vinte e sete alqueires e para cercar a propriedade B dava para cercar mais de vinte e oito. Entenderam?*

Naisa: *É mesmo, heim. Quando eu for comprar um sítio, só compro se ele for quadrado. Risos.*

Estabelecidas as funções, os alunos iniciaram a análise do gráfico, utilizando, mais uma vez, o *GeoGebra online* no *notebook*. A professora/pesquisadora inseriu as funções no *software* e, como na primeira função estabelecida pela dupla, o gráfico não ficou visível.

Naisa: *E se a gente fizer igual na outra?*

Lorran: *É. Diminuir o valor de b nesse caso.*

A professora/pesquisadora ficou reticente por saber que o comportamento do gráfico de uma função quadrática dependia de mais variáveis que o da função afim. No entanto, rapidamente calculou o vértice de  $y$  para a função  $f(x) = -x^2 + 1,628x$ .

---

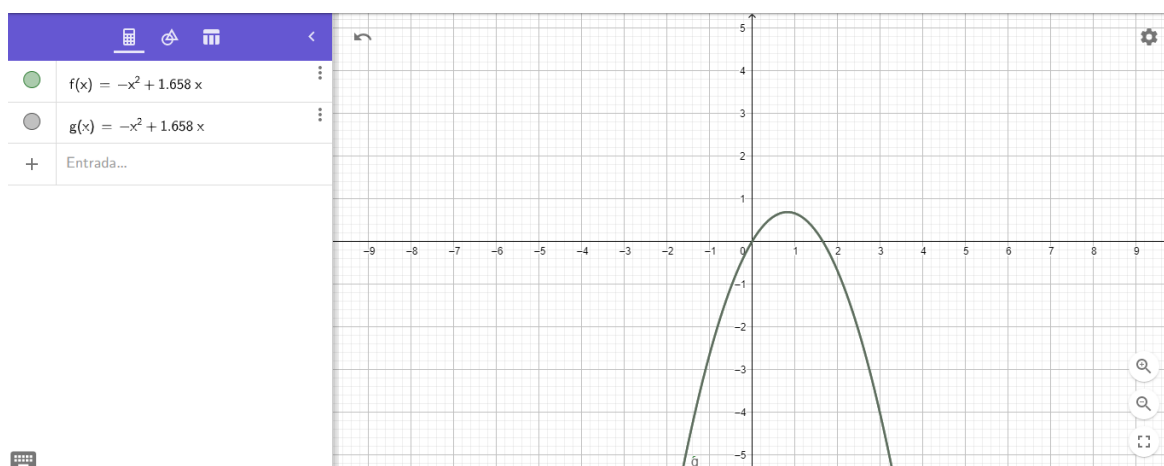
<sup>29</sup> Um tipo de lasca mais grossa e mais cara que costuma ser usada nos vértices da cerca em porteiças.



Professora/pesquisadora: *É possível, sim. Só que cada 1 y equivale a 1.000.000.*

Ela explicava enquanto apontava o eixo y do gráfico na tela do computador. Depois de inseridos, os dois gráficos ficaram sobrepostos (FIGURA 7).

Figura 7 – Gráficos das funções quadráticas estabelecidas pela dupla Pecuária Extensiva



Fonte: das autoras (2020)

Os resultados dessas matematizações demonstram que uma propriedade de formato quadrado manteria a área e diminuiria o perímetro e os custos da cerca. Portanto, os alunos foram capazes de provar que os custos para cercar propriedades de vinte e um alqueires – de formatos retangulares – seriam suficientes para cercar as maiores se elas fossem quadradas. Logo, uma análise geral dessa reunião vai ao encontro da ideia de Burak (2010, p.22): “As operações, as propriedades, e os diversos campos da matemática que se fazem presentes nessa etapa, sem dúvida atribuem significados aos conteúdos matemáticos”, pois se observa um misto de conceitos matemáticos que foram trabalhados de forma integrada e contextualizada.

Encerrada essa etapa com a dupla Pecuária Extensiva, a professora/pesquisadora disponibilizou um modelo de apresentação, no *Power Point*, para que os dois alunos organizassem a sua exposição para a etapa final com todo o grupo de estudos.

Após análise mais detalhada desse encontro, identificou-se um equívoco nos cálculos efetuados pela dupla Pecuária Extensiva, que determinou a função afim do

custo médio por quilômetro de cerca construída como sendo R\$ 13.390,00. Embora os dois alunos tivessem discutido sobre a quantidade de fios de arame a serem colocados na cerca e concluído que o mais comum é possuírem cinco fios, esqueceram de quintuplicar a porção de bolas de arame a ser utilizada, deduzindo que, como cada uma possui cem metros de arame para construir um quilômetro de cerca, seriam necessárias apenas dez. Ao perceber o engano, a professora/pesquisadora tratou de verificar se esse erro afetaria os resultados da área total, comprovando que não. Dessa forma, é importante mostrar que a função afim com valor correto seria  $f(x) = 29810x$ .

Embora não tenha afetado os resultados de área total, a correção dessa função alterou o custo para cercar as duas propriedades utilizadas como referência na atividade. Para tanto, foram necessários novos cálculos:

Custo para cercar a propriedade A: R\$ 97.061,86

Custo para cercar a propriedade B: R\$ 98.849,96

Cumpru destacar que a professora/pesquisadora entrou em contato com os dois alunos, via *WhatsApp*, e explicou o que havia acontecido. Eles ficaram ainda mais perplexos ao saberem o valor necessário para cercar as propriedades A e B. Entretanto, ela os lembrou de que esses valores seriam divididos entre os vizinhos e, da maneira como os sítios foram “cortados” pelo INTERMAT (Instituto de Terras do Mato Grosso), cada proprietário repartiria os custos com, pelo menos, dois outros (em uma das laterais e no fundo), o que diminuiria o valor a ser pago por cada um no momento de cercar a propriedade.

A terceira reunião da etapa aconteceu com a dupla Agropecuária. Os dois alunos, que escolheram trabalhar o subtema Produção de Gado de Corte, haviam investigado os custos para a produção de gado em semiconfinamento.

Antes da reunião, Paulo solicitara auxílio da professora/pesquisadora, via *WhatsApp*, na matematização de alguns dados como mencionado na etapa anterior. Assim, ela revisou as informações obtidas com o aluno para dar seguimento às atividades. O Quadro 12 contém o resultado dos dados coletados:

Quadro 11 – Dados utilizados para a matematização da dupla Agropecuária

GRANDEZAS ANALISADAS	VALORES ADOTADOS
Custo com insumos para a produção de ração	R\$ 1,33/kg de ração
Consumo médio diário	9kg/por cabeça
Tempo médio de confinamento	90 dias
Peso médio para abate	500kg/33,33 arrobas

Fonte: Das autoras (2020).

Na etapa anterior à pesquisa, a dupla mencionou que, com os dados coletados, era possível determinar algumas funções de custo e lucro. Sendo assim, a professora/pesquisadora, via *WhatsApp*, solicitou e orientou seus integrantes a se aprofundarem sobre o assunto antes da reunião. Assim, em conjunto com a professora/pesquisadora, analisaram os dados para tentar encontrar algum gasto fixo no semiconfinamento.

Professora/pesquisadora: *Mas ele não falou o gasto com sal, remédio...*

Paulo: *Mas não tem professora. Não dá sal nem remédio. É só tem três, quatro meses confinado.*

Ranieli: *A não ser que eles se machuquem.*

Paulo: *Mas isso é muito difícil de acontecer.*

Professora/pesquisadora: *Verdade. Engraçado que na pecuária não tem gasto fixo, né? Eu não estou conseguindo encontrar nenhum. Tudo depende da quantidade de gado.*

Paulo: *Pois é.*

Professora/pesquisadora: *Então, qual vai ser o gasto com ração?*

O diálogo acima evidencia a rapidez com que o rebanho fica pronto para o abate, corroborando a ideia de que o acréscimo de ração na alimentação do rebanho acelera o processo de engorda. Dessa forma, a dupla pôs-se a analisar os dados para poder determinar esse gasto.

Paulo: *Qual o preço da ração?*

Professora/pesquisadora: *Um e trinta e três.*

Paulo: *Um e trinta e três por quilo. Se cada boi come em média nove quilos por dia? Faz aí Rani.*

Ranieli: *É de vezes né? [...] onze vezes noventa e sete.*

Paulo: *Isso, por dia. Se ele ficar confinado noventa dias, então vai gastar... 1077,3. Então o custo total vai ser 1077,3.*

Professora/pesquisadora: *Isso mesmo. Esse é o custo variável por boi. Por que variável? Porque ele varia de acordo com a quantidade de boi. Após, pensar um pouco, ela lembrou: - Gente, esquecemos do preço do bezerro.*

Paulo: *É mesmo.*

Ranieli: *Como assim?*

Professora/pesquisadora: *O produtor precisou comprar para colocar no confinamento.*

Ranieli: *Ah, é mesmo.*

Paulo: *Hoje um está custando o quê? Mil e oitocentos?*

Professora/pesquisadora: *Nessa faixa.*

É interessante ressaltar que os dados coletados pela dupla Dinheiro Rural foram utilizados nesse momento, pois seus integrantes investigaram as diferentes cotações do gado na comunidade. Entre elas, estava o preço do bezerro.

Paulo: *Como é que faz agora?*

Professora/pesquisadora: *Tem que acrescentar o preço do bezerro.*

Paulo: *Mais mil e oitocentos?*

Professora/pesquisadora: *É.*

Paulo: *Então vai ficar... 2877,3. O custo variável né?*

Professora/pesquisadora: *Isso. Como que essa informação, vai virar uma função.*

Paulo: *Com o x.*

Professora/pesquisadora: *Ok. Muito bem. Então desenha ela.*

Posto isso, o aluno escreveu a função no caderno. Em seguida a professora/pesquisadora observou que, para determinarem o lucro, precisavam determinar a receita.

Paulo: *Como assim professora?*

Professora/pesquisadora: *O preço de venda não vai ser o lucro, vai ser a receita, porque o lucro é a receita menos o custo.*

Paulo: *Ah, sim.*

Professora/pesquisadora: *Qual é o peso que ele vai para o abate?*

Paulo: *De quatrocentos a seiscentos quilos.*

Professora/pesquisadora: *Vamos ficar na metade.*

Paulo: *Quinhentos quilos.*

Professora/pesquisadora: *A arroba é quinze ou trinta? Eu nunca sei direito.*

Paulo: *Quinze.*

Professora/pesquisadora: *Eita, mais de trinta e três arrobas. É muito.*

Paulo: *Mas é boi de confinamento professora. Hoje a arroba tá cento e noventa e dois.*

A professora/pesquisadora, embora achasse alto o valor pago por boi abatido, considerou a informação. Dessa forma, funções afim foram determinadas:

Função Custo:  $Ct(x) = 2877,3x$

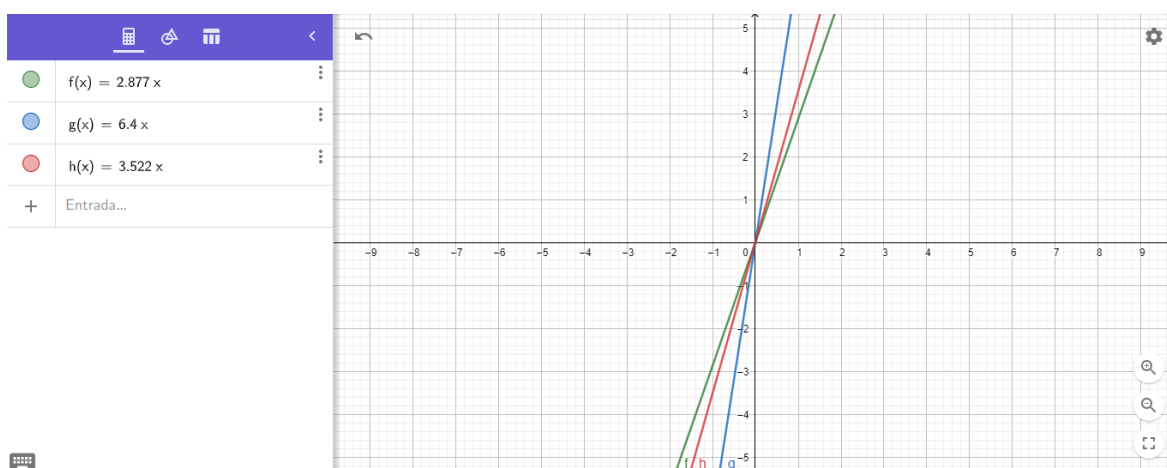
Função Receita:  $Rt(x) = 6400x$

Função Lucro Total:  $L_c(x) = 6400x - 2877,3x$ , então  $L_{cT}(x) = 3522,7x$

Novamente se observa a utilização de conceitos matemáticos como sugere Burak (2010), ressaltando que, a partir da Modelagem, diversos deles podem ser desenvolvidos simultaneamente, o que vai de encontro às aulas convencionalmente observadas, em que se trabalha, separadamente, cada conceito matemático.

Definidas as funções, a professora/pesquisadora e os alunos analisaram o comportamento dos gráficos no *GeoGebra*. Ela sugeriu que a dupla baixasse o aplicativo em seus *Smartphones* para usar os *prints* dos gráficos na apresentação final. Mais uma vez, por serem valores muito altos, os gráficos ficaram sobrepostos ao eixo y. Dessa forma, adotaram-se valores decimais equivalentes para que a representação gráfica pudesse ficar visível (FIGURA 8).

Figura 8 – Gráfico das funções afins estabelecidas pela dupla Agropecuária



Fonte: das autoras (2020)

Algumas discussões entrelaçadas ao processo de matematização foram verificadas e cumpre comentá-las neste momento. A primeira diz respeito a outros fatores que podem deflacionar os custos da produção de gado no semiconfinamento, tais como plantação dos insumos utilizados na fabricação da ração pelo próprio pecuarista ou compra de cargas grandes de insumos. Outra análise discutida pela dupla e professora/pesquisadora é de que só é vantajoso investir no semiconfinamento para produções em grande escala, considerando o alto investimento para o construir, bem como a fábrica de ração. Essas inferências, embora não resultassem em modelos matemáticos, possibilitaram identificar a ideia

de Barbosa (2013, p. 11) quando comenta que “os alunos aprenderam alguma coisa sobre o papel da matemática na sociedade”. Tais discussões são importantes para decisões econômicas da comunidade.

Em seguida, a dupla foi orientada a organizar uma apresentação, no *Power Point*, visando à socialização com todo o grupo de alunos. Posteriormente, a reunião foi encerrada.

Ao analisar a reunião com essa dupla, a professora/pesquisadora comentou com seu esposo a quão vantajosa era a pecuária de corte no semiconfinamento. Ele, por sua vez, discordou e resolveu entender os cálculos, questionando-a sobre o que representava a função  $f(x) = 6400x$ . Ela lhe explicou ser o valor do boi (na cotação daquele período) para abate, e o marido afirmou que o cálculo das arrobas estava correto; no entanto, era preciso descontar 50% do peso da carcaça, o que resultaria na metade do preço. Essa constatação fez com que as funções, receita e lucro sofressem alterações significativas. Ciente de que alguns equívocos podem acontecer no processo de construção de modelos matemáticos, por mais simplórios que sejam, a professora/pesquisadora considerou honesto evidenciá-los em sua dissertação e, prezando a informação correta, apresenta como deveriam ser essas duas funções:

Função Receita:  $R_t(x) = 3200x$

Função Lucro Total:  $L_c(x) = 3200x - 2877,3x$ , então  $L_{cT}(x) = 332,7x$

A professora/pesquisadora informou o equívoco também à dupla Agropecuária, via *WhastApp*, ressaltando que ele alterava, de maneira significativa, a função receita e, evidentemente, a função lucro. A reação da dupla foi de desapontamento com o baixo lucro da atividade pecuarista.

A quarta e última reunião envolveu a dupla Dinheiro Rural, que havia definido pesquisar o subtema Compra e Venda de Gado. Para a coleta de dados, os dois alunos entrevistaram um comprador de gado da comunidade, que destacou as diferentes cotações para o rebanho, considerando raça, sexo e tamanho.

Uma análise minuciosa dos dados inferiu que havia dados bastante interessantes; entretanto, não se relacionavam entre si. Eles diziam respeito à

cotação da vaca parida, vaca solteira, novilha, desmama, garrote, bezerro nelore, bezerro cruzado e boi gordo. Ademais, existiam dados sobre a venda do bezerro a quilo – quando é ou não vantajoso –, bem como do boi por arroba e do bezerro a preço fixo.

Vitor: *Ele (comprador) falou que só compensa comprar a quilo quando o bezerro é bom, porque aí tem potencial para ganhar peso.*

Crisieli: *Porque ele acaba saindo um pouco mais caro do que quando compra no olho*<sup>30</sup>.

Porém, essas constatações não permitiram que a dupla obtivesse dados que relacionassem entre si as diferentes cotações, tampouco as funções. Depois de algum tempo de análise, a professora/pesquisadora sugeriu:

Professora/pesquisadora: *Ele falou que a reposição está muito cara. Que a venda do boi tinha que dar para comprar dois bezerros e meio. Será que essa fala não dá uma função legal?*

A dupla concordou, já que essa informação envolvia a cotação do boi gordo e do bezerro (podendo ser nelore ou cruzado bom).

Professora/pesquisadora: *E o interessante é que vai poder variar o preço do boi e do bezerro, que a função vai continuar valendo.*

Vitor: *Mas acho que eu vou conseguir fazer ela no preço atual. Por que como eu vou fazer sem saber quanto custa?*

Professora/pesquisadora: *Ok. Então faz no preço atual.*

Embora a professora/pesquisadora soubesse que a variável dessa função estava justamente no preço do bezerro, ela permitiu que o aluno considerasse a cotação atual e, assim, levá-lo a percorrer todo o caminho matemático necessário para essa compreensão. Depois de algum tempo de cálculo e diálogo, eles concluíram que:

---

<sup>30</sup> Quando o comprador negocia o preço com o vendedor sem pesar o gado.



Crisieli: *Fizemos, mas não parece função. Não tem  $x$ .*

Professora/pesquisadora: *Pois é. Interessante. Porque a variável é justamente o preço.*

Vitor: *Ah, entendi. Porque nesse preço que o bezerro tá, o boi teria que ser vendido a 4500.*

Crisieli: *E não tá.*

Vitor: *Ele falou que tá na faixa de 3600.*

Professora/pesquisadora: *Por isso que ele falou que a cotação do bezerro está inflacionada. Porque quando vende não dá dois bezerros e meio.*

Nesse momento, alunos e professora/pesquisadora calcularam que, em média, o bezerro deveria estar trezentos e sessenta reais acima da cotação normal para que o pecuarista tivesse o lucro esperado. Após um momento de reflexão acerca dos motivos pelos quais o preço do bezerro estava inflacionado, a dupla retornou à função.

Vitor: *Então, o  $y$  vai ser o preço do boi.*

Professora/pesquisadora: *Muito bem.*

Vitor: *O dois vai ser o  $a$  e cinco vai ser o  $x$ .*

Professora/pesquisadora: *Não. O 2,5 é uma informação só.*

Vitor: *E o  $b$ ?*

Crisieli: *O  $b$ , às vezes, não aparece.*

Vitor: *É mesmo. O  $b$ , às vezes, não aparece. Então o bezerro é o  $x$ .*

Professora/pesquisadora: *Muito bem. Desenha ela aí para vermos.*

Vitor: (dirigindo-se à colega Crisieli) *Coloca aí  $y$  é igual a 2,5 vezes  $x$ . [...] O  $y$  é o boi, né?*

Crisieli: *Sim. E agora ele passa para cá dividindo.*

Professora/pesquisadora: *Vamos testar ela?*

Nesse instante, a professora/pesquisadora se dirigiu ao quadro e reescreveu a função que a dupla havia determinado:  $y = 2,5x$ .

Professora/pesquisadora: *Y é o valor do boi que está em função do valor de dois bezerros e meio. Aqui a gente não tem o valor do boi nem do bezerro. Se o bezerro vale 1800 (falou substituindo o x por 1800), o boi vai valer quanto?*

Vitor: *4500.*

Professora/pesquisadora: *Pronto, A função está correta.*

Crisieli: *Ah é. Nós já tinha resolvido.*

Vitor: *Nós fizemos de trás para frente.*

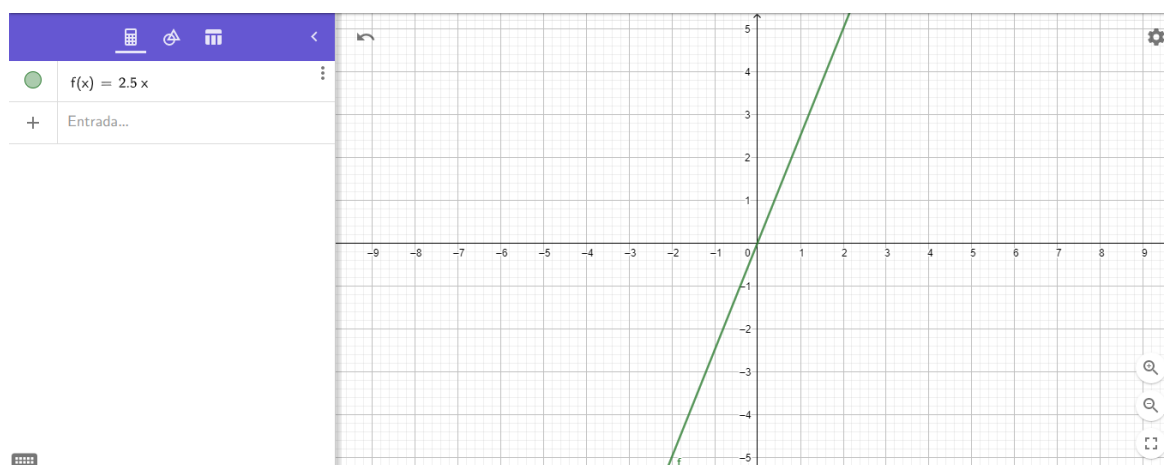
Crisieli: *E se tiver o preço do boi é só dividir. Passo para lá do sinal do igual.*

Professora/pesquisadora: *Isso aí!*

Dessa forma, a dupla definiu uma função afim, também do tipo linear, relacionando a cotação do bezerro com a do boi gordo. Essa função pode determinar se o preço daquele está inflacionado com relação ao deste, vendido em arroba. Assim, determinaram a função afim que relaciona a cotação do boi gordo ao preço do bezerro:  $f(x) = 2,5x$

Determinada a função, a professora/pesquisadora convidou os alunos a construírem e observarem o comportamento do gráfico no *GeoGebra* (FIGURA 9).

Figura 9 – Gráfico da função afim estabelecida pela dupla Dinheiro Rural



Fonte: das autoras (2020)

Após analisarem o gráfico e testarem outros tipos de funções, utilizando a calculadora gráfica do *GeoGebra*, a professora/pesquisadora sugeriu que baixassem a versão do aplicativo no *Smartphone* e, assim, utilizar o *print* na apresentação de encerramento com as demais duplas. Em seguida, a reunião foi encerrada.

Uma discussão aflorada nessa reunião tratou do empirismo dos pequenos pecuaristas acerca da escolha do tipo de produção – gado de leite, de corte, vaca parida... –, já que não havia recursos para comprar gado com avaliação genética.

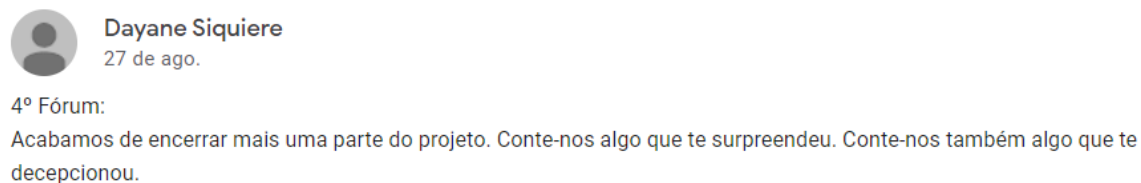
Vitor: *Eu acho engraçado como que o cara compra novilha para parir, sem saber se é boa. Ela não pariu ainda para ele saber.*

Professora/pesquisadora: *Vai muito no achomêtro, né? Se perde cria, vai para o abate, aí já não é para recria, já e de corte.*

Nesses diálogos, evidencia-se uma análise crítica acerca das decisões econômicas adotadas pelos pequenos produtores. Embora não fosse esse o foco da pesquisa da dupla, destaca-se a possibilidade de discussões amplas e significativas numa aula de Matemática, o que vai ao encontro de (DE LOIOLA ARAÚJO, 2009, p. 59): “[...] Essas ideias são entendidas e discutidas de tal forma que os participantes problematizem sua extensão para o contexto social”.

Encerrada a quarta etapa, a professora/pesquisadora postou o quarto fórum interativo no *Google Sala de aula* para coletar as impressões de cada aluno sobre o que fora desenvolvido nesse momento da Modelagem.

Figura 10 – Quarto Fórum Interativo



Fonte: das autoras (2020)

Nesse fórum, a dupla Comitiva Buscapé afirmou ter aprendido função e gráfico, bem como a utilizar o aplicativo do *GeoGebra* e do *Power Point* no *Smartphone*. Geiciel evidenciou como ponto negativo a falta de informações para que os cálculos pudessem ser mais precisos. Já a dupla Pecuária Extensiva comentou que se deparou com diversas surpresas, exemplificando os dois diferentes tipos de funções: “uma mais fácil e a outra mais difícil”. Os dois alunos afirmaram que o debate sobre o tema durante a reunião contribuiu para uma melhor compreensão sobre o assunto que estavam investigando. Por fim, declararam que nada os decepcionou e estavam satisfeitos com os resultados.

Quanto à dupla Agropecuária, além de aprender mais Matemática, seus componentes aprofundaram seus conhecimentos sobre o tipo de criação de gado investigado. Paulo comentou o fato de não terem conseguido todas as informações, referindo-se à entrevista, que poderiam resultar em outros cálculos. Ele também mencionou ter aprendido utilizar os aplicativos *GeoGebra* e *Power Point*. Por fim, a dupla Dinheiro Rural descobriu uma função a partir das diferentes cotações do gado. Crisieli revelou estar decepcionada porque teve dificuldades de estabelecer a função mesmo já tendo estudado o conteúdo, mas foi importante rever os conceitos e aprendido um pouco mais.

Na análise desta etapa, destaca-se que “A percepção de algumas falhas durante o desenvolvimento dos temas evidenciou uma ação reflexiva sobre a aplicação do método da Modelagem” (BURAK, 2016, p. 31). E embora tais falhas possam ter comprometido a validade de algumas funções, não se pode desacreditar

as construções matemáticas realizadas, em que devem ser consideradas não apenas as funções, mas todo o percurso percorrido até alcançá-las como resultado. Segundo Burak (Ibidem, p.38), na Modelagem “a construção do conhecimento matemático é favorecida pelas inúmeras possibilidades de um mesmo conteúdo ser visto várias vezes no decorrer do desenvolvimento de um tema”. Ademais, é importante frisar que os alunos percorreram os seis pontos elencados por Burak (2010, p. 22-23) para resolver os problemas encontrados em suas pesquisas:

- 1) os problemas são elaborados a partir dos dados coletados em campo;
- 2) prioriza a ação do estudante na elaboração;
- 3) parte sempre de uma situação contextualizada;
- 4) favorece a criatividade;
- 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução;
- 6) favorece a tomada de decisão.

Cumpramos ressaltar que, mesmo tendo acesso à maioria dos dados coletados nas pesquisas antes das reuniões para matematização, a professora/pesquisadora decidiu não desenhar nenhum tipo de função na ausência dos alunos, pois se considerava uma professora em transição – de transmissora para mediadora do conhecimento – e não desejava comprometer o processo de Modelagem, transmitindo informações em demasia. Portanto, é possível perceber, nesta etapa, momentos de reticência e dúvidas por parte da professora/pesquisadora. Por outro lado, houve momentos de formulação de hipóteses, deduções, conjecturas, empirias, enfim de emancipação dos alunos, que participaram com autonomia dos processos de construção do conhecimento.

Cabe destacar também que todas as funções afim estabelecidas foram do tipo linear, pois, embora a existência de discussões das duplas em busca de um custo fixo nas diferentes atividades de pecuária investigadas, nenhuma delas teve êxito. Isso ocorreu pelo fato de todo o custo – vacinação, remédios, sal, ração, pastagem – e a receita – com a venda do leite, bezerro, boi, vaca – estarem em função da quantidade que se produz/vende.

É possível constatar também que são muitas variáveis a serem consideradas quando se referem a custo, receita e lucro de uma propriedade. Porém, isso não inviabiliza o trabalho com Modelagem a partir do tema Pecuária; ao contrário, possibilita uma infinidade de dados para serem coletados com potencial matemático.

Por fim, convém salientar o quão produtivo foi o momento presencial, que, talvez, não tivesse sido tão proveitoso se acontecesse em reuniões remotas. A ideia não é invalidar o trabalho de ensino nessa perspectiva, até porque o estado de pandemia, no mundo inteiro, alterou as configurações do ensinar. No entanto, é importante mencionar que, quando não havia problemas de baixa velocidade da conexão de *internet*, a *delay* nas enunciações e as interrupções no áudio quando duas pessoas se expressavam simultaneamente, a participação foi mais significativa, claramente percebida em cada reunião presencial.

#### 4.5 Quinto Momento – Análise crítica das soluções

A quinta e última etapa também aconteceu presencialmente. Com cerca de uma hora de reunião, as duplas apresentaram e discutiram com os colegas os resultados de suas pesquisas. Para isso, a professora/pesquisadora solicitou à gestão da Escola Estadual Tarley Rossi Vilela o espaço da Biblioteca Integradora por considerá-lo adequado ao encontro, seguindo as medidas de segurança de prevenção ao novo coronavírus. Embora, no início da pesquisa, essa etapa tenha sido planejada para acontecer remotamente, os contratempos com a conexão de *internet* demonstraram que, por exigir vídeo, áudio aberto e compartilhamento de tela, a coleta de dados poderia ser prejudicada.

Salienta-se que, antes de a reunião acontecer, a professora/pesquisadora auxiliou as duplas na preparação das apresentações no *Power Point*, solicitando que as enviassem com antecedência para o caso de serem necessários alguns ajustes. Assim, em 28 de agosto de 2020, às 15:00 horas, horário de Cuiabá, aconteceu a reunião de encerramento. As explanações de cada dupla ocorreram na seguinte ordem:

Quadro 12 – Ordem de apresentação dos resultados pelas duplas

ORDEM DE APRESENTAÇÃO	DUPLA	TEMA
1 <sup>a</sup>	Dinheiro Rural	Compra e venda de gado
2 <sup>a</sup>	Comitiva Buscapé	Produção de Leite
3 <sup>a</sup>	Pecuária Extensiva	Custo para cercar uma propriedade
4 <sup>a</sup>	Agropecuária	Produção de gado de corte

Fonte: Das autoras (2020).

A professora/pesquisadora havia sugerido às duplas a utilização de um roteiro para as apresentações com o intuito de discutirem os pontos importantes de cada subtema. Esse roteiro consistia em responder às seguintes questões:

- 1) *Que subtema pesquisamos?*
- 2) *Por que pesquisamos?*
- 3) *Qual a importância desse subtema no nosso cotidiano?*
- 4) *Que resultados obtivemos?*
- 5) *Definimos alguma função? Que função? Qual a sua representação gráfica?*
- 6) *Qual a relevância das funções estabelecidas em relação ao subtema pesquisado?*

Desse modo, a primeira dupla iniciou sua apresentação, mencionando o subtema Compra e Venda de Gado, como ocorreu a coleta de dados e que informações considerava relevantes à pesquisa.

*Crisieli: Então, pesquisamos esse tema porque é uma prática comum na nossa comunidade[...]. Esse tema é importante porque vivemos em uma área rural, em que a compra e venda de gado influencia a economia da comunidade[...]. O Vitor fez a entrevista, e a gente obteve os diferentes preços de cada gado em relação à raça, enfim... Em relação à questão matemática, nós definimos uma função afim.*

*Vitor: A função afim que nós fizemos é  $2,5x$ . Essa função representa o valor que deve ser pago pelo boi em relação ao preço do bezerro, pois, segundo nosso entrevistado, o dinheiro da venda de um boi deve ser suficiente para comprar dois bezerros e meio. Na cotação atual, com o bezerro a 1800, o boi deveria ser vendido a 4500 para produtor ter uma boa margem de lucro.*

O assunto cotação do bezerro provocou um debate acerca desse valor, que já havia sofrido alteração.

*Lorran: Mas já tem alguns dias que essa pesquisa foi feita né? Umas duas semanas? Porque o preço do bezerro já subiu de novo.*

*Paulo: É. Lote bom tá saindo a dois contos.*

*Professora/pesquisadora: Tem mais de duas semanas.*

Geiciel: *Aquele 2,5 é a metade de um boi? O que que é?*

Vitor: *Dois e meio é quantidade do valor que o boi tinha que render. O boi é 4500, ele tinha que render o valor de dois bezerros e meio. Ele não tem necessidade de ser sempre 4500, vai variar de acordo com o que tá o bezerro.*

Geiciel: *Então, na função ali, o x é o valor do bezerro, e o dois e meio é o que tinha que render.*

Professora/pesquisadora: *Isso. Dois bezerros e meio.*

Geiciel: *Sim, sim. Entendi.*

Quando o aluno Vitor comentou que o preço do boi era suficiente para financiar apenas a reposição e os insumos, ou seja, no momento não estava sendo uma atividade muito lucrativa, a aluna Rafaela comentou:

Rafaela: *Como não está dando lucro, se tá 4500 o preço do boi?*

Vitor: *Rafa, 4500 é o que o boi deveria valer com o bezerro a 1800.*

Professora/pesquisadora: *Rafa, a questão é que para quem tem o bezerro para vender está muito bom, mas para o produtor que compra esse bezerro para engorda gasta com ração e tal. Na hora de vender, o preço do boi não subiu quanto o do bezerro.*

Crisieli: *Aí ele precisa repor o boi que ele vendeu comprando o bezerro, entendeu?*

Rafaela: *Mas tem gente vendendo boi a 6000.*

Paulo: *Mas esse que você tá falando é boi de reprodução.*

Vitor: *Aqui é boi de engorda.*

Essas discussões suscitaram diferentes informações que existiam na economia local e não eram do conhecimento de todos. O fato nos reporta à ideia de Burak (2010) de que a Modelagem possibilita que os alunos compreendam aspectos importantes da economia local.



Na sequência, Vitor apontou o tipo de gráfico resultante da função que a dupla definiu e enfatizou os aspectos relevantes da pesquisa.

*Vitor: É que a gente conseguiu relacionar algumas informações da entrevista e fazer essa conta.*

Após a enunciação de Vitor, a apresentação da dupla foi encerrada. Ato contínuo, a professora/pesquisadora concedeu espaço para questionamentos; entretanto, não houve nenhuma pergunta. Diante disso, a dupla Comitiva Buscapé iniciou a sua exposição com a aluna Rafaela, citando o tema pesquisado e explicando a sua relevância para a comunidade por ser um tipo de atividade bastante comum entre os sitiantes locais. Em seguida, Geiciel expôs os resultados da pesquisa. Além de mostrar as quatro funções estabelecidas, ele explicou como um produtor de leite poderia utilizar cada uma delas no cotidiano. Em dado momento, Vitor questionou a dupla sobre a quantidade de funções estabelecidas, se estavam relacionadas ao tipo de ordenha utilizada – manual e mecânica.

*Geiciel: Não, não. A gente chegou à conclusão de que a quantidade tirada é a mesma. Duas (funções) é para o período da seca e duas é para período da chuva. Uma é da média de leite por vaca, e a outra é quanto a pessoa ganha por dia, dependendo do tanto de leite que tira.*

O aluno continuou discorrendo sobre cada função, exemplificando como utilizá-la para calcular a quantidade média de leite produzida diariamente, bem como a receita relativa à quantidade ordenhada. Ao finalizar a apresentação, Geiciel comentou a relevância das funções estabelecidas, explicando que eram cálculos muito válidos para o produtor, pois permitia verificar a quantidade de leite possível de ser produzida, como a receita diária.

Questionados se tinham dúvidas sobre a explanação da dupla, os demais alunos responderam não. Portanto, dada a forma clara com a qual Geiciel explicitou as funções, a professora/pesquisadora deu seguimento às apresentações.

Nesse momento, a dupla Pecuária Extensiva iniciou sua apresentação com a enunciação de Naisa, que expôs o tema pesquisado, seguida de Lorrán, que discorreu sobre a relevância da pesquisa no cotidiano da comunidade. Segundo ele,

a maioria das famílias possui propriedades rurais e é importante que tenham as informações quanto aos custos para construir uma cerca. Logo após, mencionou as funções estabelecidas pela dupla.

Lorran: *Definimos a função afim e a quadrática. Então, a nossa função afim,  $13665x$ , é a função que determina o custo da construção de uma cerca em relação ao seu comprimento em km. [...] Nós chegamos à conclusão de que a média de custo para fazer um km de cerca é 13665.*<sup>31</sup>

Geiciel: *Ah, então, essa função determina o valor que ele vai gastar.*

Lorran: *Só que aí nós não relatamos o valor das lascas.*

Naisa: *Aí tá tipo o total, mão de obra, arame, lasca. O totalzão mesmo.*

Geiciel: *Então, se eu for fazer uma cerca de cinco quilômetros, é só substituir o  $x$  por cinco?*

Naisa: *Isso, isso.*

Professora/pesquisadora: *E a outra função é a que determina a área máxima em relação ao perímetro.*

Naisa: *Nessa aí eu me encabulei.*

Lorran: *É que assim, se for um sítio quadrado, ele vai ter mais área e, se tiver a mesma área, vai ficar mais barato para cercar.*

Naisa: *Engraçado que o perímetro pode ser igual (se referindo a diferentes retângulos), mas a área vai ser diferente. [...] E outra coisa, a gente viu lá que de vinte e um alqueire sobe. Sítio de vinte e um vai para vinte e oito.*

Nessa parte da discussão, Geiciel questionou de que forma as funções quadráticas poderiam ser aplicadas nas propriedades. A professora/pesquisadora explicou que cada função foi estabelecida para uma específica dado o seu

---

<sup>31</sup> O resultado apresentado se refere à cerca com apenas um fio de arame, pois os alunos e a professora/pesquisadora ainda não tinham consciência do equívoco cometido durante a matematização.

perímetro; então, ela não funcionaria em outra com perímetro diferente. Entretanto, destacou que o processo de criação não é tão complexo, sendo possível se estabelecerem funções de área máxima para diferentes propriedades a partir do seu perímetro.

Na sequência, Lorrان explanou o gráfico das funções afim e o da quadrática que a dupla estabeleceu, enfatizando que aquele é uma reta; este, uma parábola. Posteriormente, Naisa enfatizou a relevância das funções estabelecidas no cotidiano da comunidade.

*Naisa: Uma função ajuda as pessoas a saber o gasto com cerca por quilômetro. As outras fez a gente entender que o sitiante vai gastar mais ou menos para cercar, dependendo do formato do sítio. Mas se o sitio for comprido, o dono pode economizar quando for piquetear os pastos, porque aí ele pode ter áreas maiores gastando menos.*

Ao ouvir a enunciação de Naisa, de que o sitiante poderia utilizar essa informação - relação entre área e perímetro - quando fosse piquetear os pastos, Geiciel levantou um questionamento interessante.

*Geiciel: Mas e a água? Porque tem sítio que tem água só no meio e no fundo.*

Essa questão provocou outros debates sobre a importância de um bom piqueteamento dos pastos. Em efeito, garante a alimentação durante todo o ano e possibilita manter uma quantidade maior de gado nos pastos.

*Rafaela: Lá em casa, a minha mãe tem o sitio de nove alqueires, mas coloca mais gado que o normal porque é tudo piqueteado.*

*Professora/pesquisadora: Por que vai revezando, né?*

*Lorrان: Aqui já tem alguns fazendeiros testando, pega um sítio quadrado e divide ele em pizza, aí pega e faz um bebedouro grande no meio. [...] Aí põe esse gado aqui (fazendo um desenho invisível no piso da sala), aí quando ele der a volta, passa por todos os pastos, esse primeiro já tá grande de novo. E o bom é que pode colocar mais gado também.*

Professora/pesquisadora: *Que legal. Nunca vi desse jeito. Aí tem o bebedouro para todo mundo, né? Muito interessante.*

Geiciel: *Não sei aonde eu estudei, mas eu vi que você pode colocar até o dobro (referindo-se à quantidade de gado) se for bem piqueteadinho.*

Colocadas as possibilidades e vantagens do piqueteamento, a apresentação da dupla Pecuária Extensiva foi encerrada. Em seguida, o espaço coube à dupla Agropecuária.

Ranieli iniciou a explanação do tema a Produção de Gado de Corte em semiconfinamento, que, segundo ela, faz parte do cotidiano da comunidade, o que motivou o interesse em investigá-lo. Por sua vez, Paulo revelou que o tema representa grande parte da economia da região, enfatizando que a carne assim produzida é exportada e, além disso, os pequenos criadores locais acabam vendendo seus bezerros aos grandes produtores.

Na sequência, a dupla comentou as funções afim estabelecidas: custo total, receita e lucro total, bem como suas representações gráficas no GeoGebra. Ao finalizar a apresentação, Paulo mencionou que o colega e ele não apenas definiram as funções, mas calcularam o custo para a produção de ração.

Paulo: *Nós fizemos assim, 10 (%) de núcleo, 20% de milho, que deu 30%, e 70% de farelo de soja. Nós usamos uma tonelada e meia, um pouco mais de tonelada e meia de ração.*

Lorran: *Você não colocou algodão também, não, né?*

Paulo: *Não. A gente usou farelo de milho.*

Lorran: *É. A torta de algodão e o farelo de soja tá na mesma faixa (de preço).*

Paulo: *Aí tinha que, em média, um boi come por dia nove quilos de ração.*

Geiciel: *Eita... (palavrão). Nove quilos por dia?*

Paulo: *Uma média. Aí, no final de tudo, o gasto por dia era de onze e pouco, mais de onze reais por dia por boi.*

A dupla enfatizou que, embora parecesse muito caro manter o gado no semiconfinamento, no final era bastante lucrativo.

Professora/pesquisadora: *E também a gente não pode sair brincando de semiconfinamento e querendo fazer todo esse investimento para dez cabeças. Não vai compensar. Porque, além dos insumos, tem o maquinário para fazer a ração.*

Rafaela: *O negócio é o cara do confinamento ser o dono da quebrada. Ter a soja, o milho, tudo dele.*

Na ocasião, Lorrان colocou alguns exemplos de produções existentes na comunidade, em que o dono do semiconfinamento (ou mesmo o confinamento) é o mesmo das grandes plantações de soja e milho. Dessa forma, mantém as duas atividades - pecuária e lavoura - em cooperação, o que diminui os custos e, conseqüentemente, aumenta os lucros.

No final da apresentação, Paulo enfatizou que, ao analisar a disposição dos três gráficos representados no *GeoGebra*, percebeu a existência de lucro, dada a disposição de cada um. Ademais, declarou que o mais próximo ao eixo y era a receita gerada; e o mais distante, o custo da produção. O gráfico do lucro se encontrava entre ambos - receita e custo.

Paulo: *O custo tá menor que o lucro. A receita é maior de todas, porque é todo dinheiro gerado, mas a gente vê que é uma produção lucrativa.*

Por fim, Ranieli citou a relevância do tema cotidiano, destacando que essas informações poderiam ajudar a quem planeja iniciar a criação de gado de corte em semiconfinamento ou até mesmo se já desenvolve esse tipo de atividade e tem dificuldade de calcular custo, receita e lucro. Finalizadas as exposições, a professora/pesquisadora questionou se o grupo ficou satisfeito com os resultados.

Paulo: *São coisas que nós vivemos no nosso cotidiano, mas não sabia que era tudo isso, as informações.*

Naisa: *Eu pensava que era só comprar um sítio e cercar.*

Professora/pesquisadora: *E dos colegas?*

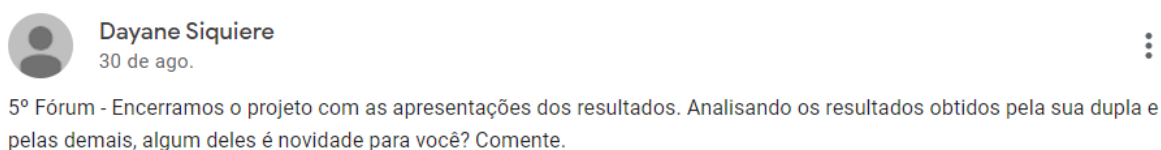
Naisa: *Achei interessante do leite.*

Rafaela: *Gostei do semiconfinamento.*

Embora as duas alunas tenham mencionado os resultados das pesquisas dos seus colegas, não citaram os motivos pelos quais considerarem os resultados interessantes. Por fim, a professora/pesquisadora encerrou a reunião, agradecendo a participação e o interesse dos alunos pelo desenvolvimento da prática pedagógica, que buscaram analisar o estudo das funções a partir do tema Pecuária. Para isso, partiram de questões do seu cotidiano para, posteriormente, chegarem aos conceitos matemáticos.

Encerrada a quinta etapa, a professora/pesquisadora postou o último fórum interativo, solicitando que os alunos o comentassem.

#### Figura 11– Orientações para o Quinto Fórum



Fonte: das autoras (2020)

Os alunos foram unânimes em responder que desconheciam algumas informações e ficaram perplexos diante de alguns resultados como afirmou a aluna Crisieli, pois, mesmo que seus pais trabalhassem com algumas das atividades investigadas, surpreendeu-se diante de tanta informação recebida. No entanto, nenhum aluno revelou o que desconheciam antes da reunião, sendo bastante vagos em suas respostas.

A apreciação dessa etapa permitiu evidenciar o potencial da análise crítica das soluções na Modelagem, enfatizado por Burak (2010, p.25) ao afirmar que

Esta etapa da Modelagem é um momento muito rico e especial para analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas. É um momento em que se fazem as considerações e análise das hipóteses consideradas na etapa de levantamento dos problemas. Possibilita tanto o aprofundamento de aspectos matemáticos como dos aspectos não matemáticos envolvidos no tema.

Neste momento, é importante enfatizar que essa etapa viabilizou a participação emancipatória dos alunos ao exporem com propriedade não apenas os seus subtemas, mas também os de seus colegas. Logo, tornou-se evidente que

as discussões promovem momentos de interação, relativos à Matemática, método, linguagem, conteúdos, exequibilidade, não apenas matemática, mas no contexto da realidade estudada. Enriquece as discussões a partir de reflexões sobre os efeitos sociais, culturais, políticos e econômicos, entre outros, a partir dos resultados encontrados (BURAK; KLÜBER, 2016, p. 48).

Por fim, constatou-se o potencial metodológico da Modelagem, pois, como sugere Klüber (2016), deslocou o sentido usual do ensino, de mera transmissão para a interação, cooperação e colaboração no processo de ensino e aprendizagem. Para complementar a coleta de dados, a professora/pesquisadora realizou uma entrevista (APÊNDICE C), via *WhatsApp*, com os alunos, individualmente. Ao iniciá-la, ela afirmou que as respostas poderiam ser realizadas por escrito ou via áudio e, quando percebia que o discente não entendia ou estava sendo superficial nas respostas, instigava-o a responder com mais clareza.

Questionados sobre como ocorreu a escolha do subtema investigado e qual a sua relevância, os alunos foram categóricos em responder que, embora pré-definido (o subtema) pela professora/pesquisadora, permitiu que investigassem assuntos referentes a seus cotidianos. Em adição, revelaram que os estudos favoreceram o aprofundamento desses assuntos e que, mesmo fazendo parte do seu dia a dia, desconheciam fatos a eles relacionados. Essas constatações, evidenciadas em toda a descrição das atividades e nas enunciações dos pesquisados, vão ao encontro à ideia de Brandt (2016, p. 176) sobre as vantagens de trabalhar a Matemática com base no cotidiano dos estudantes, pois

abre-se um caminho para a multidimensionalidade, característica fundamental do pensamento complexo, pois o conteúdo matemático a ser trabalhado posteriormente terá um contexto amplo, relacionado à dimensão histórica, econômica, geográfica, sociológica, dentre outras, conforme ensejado pelo tema durante o encaminhamento.

Ao questionar as duplas sobre o ferramental matemático – conceitos aprendidos e revistos que fizeram uso durante a prática pedagógica -, a professora/pesquisadora obteve estas respostas: iniciação aos conceitos das diferentes funções, introdução e aprofundamento nas funções afim e quadráticas, bem como suas representações gráficas e a revisão dos conceitos de área e

perímetro, porcentagem, regra de três e as quatro operações fundamentais. É importante esclarecer que, ao utilizarem esses conteúdos durante o processo de matematização dos dados, os alunos não o fizeram por memorização e repetição, pois os problemas exigiam a sua demanda. Isso lhes proporcionou desenvolvê-los, bem como os conteúdos matemáticos, com significado (KLÜBER, 2016).

Sobre os resultados das pesquisas dos colegas, ou se foram por eles surpreendidos, os alunos teceram elogios, enfatizando desconhecerem, até então, muitas informações. Dentre as respostas, destaca-se a de Paulo, que revelou estar perplexo em relação aos custos para cercar uma propriedade apresentados pela dupla Pecuária Extensiva. Ele enfatizou que desconhecia que diferentes perímetros poderiam resultar em uma mesma área e influenciaria diretamente os custos. Já Rafaela mencionou o trabalho da dupla Agropecuária, que investigou a produção de gado de corte em semiconfinamento. A referida aluna comentou que considerou interessante, pois não entendia a dinâmica desse tipo de produção.

Lorran mencionou a investigação dos colegas da Comitiva Buscapé, pois, segundo ele, foi significativo pelo fato de a dupla definir funções para dois períodos (chuvoso e de estiagem) bastante distintos na região e que interferem diretamente na quantidade e no preço do leite. Ranieli mencionou a pesquisa da dupla Dinheiro Rural por apresentar um cálculo importante que poderia ser utilizado pelos donos de semiconfinamento quando fossem repor o rebanho. Dessa forma, ela associou os resultados da pesquisa Compra e Venda de Gado com os da sua e de Paulo, Criação de Gado de Corte. Essas respostas demonstram que, além de aprenderem sobre os temas que investigaram, eles compreenderam os resultados obtidos pelas outras duplas, conseguindo, inclusive, estabelecer uma relação com os demais subtemas investigados.

Quando indagados se haviam apreciado a metodologia adotada e se ela facilitou a aprendizagem, unanimemente, confirmaram. Dentre as respostas, destaca-se a de Vitor: “com certeza, aprendi de uma forma melhor”. Ademais, o menino afirmou que se sentiu motivado a estudar em dupla e pesquisar as informações cotidianas para serem matematizadas. Por fim, revelou “Gostar, eu gostei muito. Se fosse para fazer de novo, faria com certeza”.



Naisa mencionou que a forma como os conteúdos foram abordados facilitou a sua compreensão, pois os alunos precisaram buscar as informações no cotidiano para depois matematizá-las. A declaração da aluna corrobora a ideia de que “No trabalho com a Modelagem faz-se um caminho inverso do usual, no qual os conteúdos determinam os problemas, ou seja, os problemas determinam os conteúdos” (BRANDT, 2016, p. 175). Entretanto, outros aspectos foram observados com relação à metodologia adotada, tais como “O entusiasmo verificado nesta participação demonstrou a satisfação dos estudantes pela oportunidade de trabalhar com uma proposta mais dinâmica, que permitiu exercitarem o papel de sujeitos ativos no processo de aprendizagem” (PONTES; BURAK, 2016, p. 198).

Ao indagar os alunos o que, especificamente, haviam entendido a respeito dos conceitos de funções a partir do tema pecuária, a professora/pesquisadora obteve estas respostas: conhecer o gráfico da função afim e quadrática; aprender a utilizar o *GeoGebra*; transformar informações em “fórmulas”; resolver problemas utilizando funções. Ademais, segundo Vitor, ele aprendeu o conceito de função afim, um conteúdo que ele ainda não havia estudado. Portanto, constata-se que, além do desenvolvimento de parte dos conteúdos planejados para esta pesquisa, outros conceitos matemáticos foram revistos. Isso acontece porque, na Modelagem, eles “não se limitam a si mesmos e a todo o momento são relacionados com outras produções humanas e com o vivido pelas crianças” (DA SILVA SILVA, 2016, p. 71).

Por fim, a professora/pesquisadora questionou as duplas sobre a Matemática no cotidiano, se os resultados os surpreenderam e de que maneira a pesquisa poderia contribuir para auxiliar no entendimento da economia local. Os alunos foram enfáticos ao revelarem que os resultados os deixaram perplexos, pois, embora os temas investigados estivessem relacionados ao seu cotidiano, desconheciam a profundidade com que pudessem ser analisados. Alguns enfatizaram o fato de existirem, nas diferentes atividades investigadas na pecuária, matemáticas tão sofisticadas e capazes de resultarem em funções e gráficos.

Com relação à contribuição dos estudos para a economia local, as duplas elencaram diferentes aplicações das funções estabelecidas: saber o custo, receita e lucro; calcular a média diária de leite produzido e a receita diária; calcular o custo para cercar uma propriedade; a importância de observar o perímetro ao comprar

uma propriedade ou a piquetear; utilizar as diferentes informações para estudar um futuro investimento. Diante disso, permite-se afirmar que a Modelagem contribuiu para que a Matemática superasse o papel de matéria que precisa ser decorada, tornando-se “consequência do processo de investigação e resolução de problemas” (D’AMBRÓSIO, 1993, p. 35), desempenhado, assim, seu papel social de “ser útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade” (Ibidem).

Posto isso, faz-se necessário apresentar algumas conclusões acerca de tudo o que foi desenvolvido. Para tanto, no capítulo a seguir, encontram-se as considerações finais desta dissertação.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Finalizar esta dissertação implica apresentar algumas conclusões decorridas do estudo das funções, vinculado ao tema Pecuária, na perspectiva da Modelagem Matemática. Cabe mencionar que esta pesquisa não se finda aqui; pois outras ideias poderão surgir da continuação destes estudos. Entretanto, para completar, recorre-se ao problema e objetivos estabelecidos com o intuito de analisar se foram contemplados.

O primeiro objetivo específico buscava desenvolver uma prática pedagógica com alunos do Ensino Médio envolvendo a Modelagem e o tema Pecuária para o estudo de funções. A prática descrita e analisada nos capítulos 3 e 4 comprova que o mesmo foi parcialmente alcançado, podendo ser observado fortes aspectos da Modelagem, tais como: mudança de postura dos alunos de receptor para pesquisador; desenvolvimento de conteúdos matemáticos a partir de problemas oriundos do cotidiano dos estudantes; participação crítica e emancipatória dos alunos em cada etapa da pesquisa e; postura da professora/pesquisadora como mediadora do conhecimento. Em relação aos estudos de funções, considera-se que ocorreu apenas uma noção intuitiva<sup>32</sup> das funções oriundas da pesquisa dos alunos no decorrer da pesquisa.

Em relação ao segundo objetivo específico - Identificar relações estabelecidas, pelos alunos do Ensino Médio, entre situações do cotidiano envolvendo o tema pecuária e conceitos relacionados às funções – também foi contemplado. As duplas não só identificaram relações como estabeleceram ao menos uma função dentro de cada subtema investigado.

Para tanto, enfatizam-se as relações estabelecidas pela dupla Comitiva Buscapé, que transformou as informações sobre a produção de leite em funções afim, do tipo linear, comparando a quantidade produzida por dia em relação à de vacas, bem como a receita diária relativa à porção de leite vendida. Destaca-se que os dois alunos elaboraram funções para tempos climáticos distintos na comunidade,

---

<sup>32</sup> Devido às adequações na proposta pedagógica, por conta da pandemia do novo coronavírus, não foi possível aprofundar os estudos das diferentes funções, pois optou-se em reduzir o tempo da prática efetivada devido a pesquisa ser realizada de forma semipresencial e com número reduzido de alunos.

que interferem diretamente na quantidade de leite produzida e na receita diária dessa produção.

A dupla Agropecuária, por sua vez, investigou a produção de gado de corte no sistema semiconfinamento e conseguiu relacionar as informações encontradas, transformando-as em funções custo, receita, lucro e afim do tipo linear. Já a dupla Dinheiro Rural relacionou o tema pesquisado - Compra e Venda de Gado - com o conceito de função afim do tipo linear, modificando as cotações de uma função que determinava por quanto deveria ser vendido o boi, dada a cotação do bezerro.

Por fim, a dupla Pecuária Extensiva relacionou as informações do tema pesquisado - Custo para Cercar uma Propriedade - com noções intuitivas de função afim e quadrática. Para tanto, ela determinou uma função afim do tipo linear que gerava o custo, por quilômetro, para construir a cerca. Seus integrantes também definiram duas funções quadráticas que determinavam a área máxima, em alqueires, das propriedades A e B.

Além de os alunos conseguirem resolver alguns problemas identificados dentro do tema Pecuária utilizando noções intuitivas de dois tipos de funções, é preciso ressaltar que suscitaram outros conteúdos no decorrer da matematização dos dados, tais como: porcentagem, regra de três, as quatro operações fundamentais, área e perímetro. Ademais, conceitos não matemáticos ou não matematizados foram abordados e discutidos durante a prática, dentre os quais se destacam a empiria do pequeno produtor ao escolher o tipo de pecuária e a maneira de conduzi-la; o descuido no momento de calcular os custos da produção; a escolha do gado de corte ou de leite sem avaliação genética; trabalho sem nenhuma orientação de especialistas. As discussões afloradas na apresentação dos resultados em relação ao piqueteamento das pastagens permitiram compreender como manter maior quantidade de gado na propriedade.

Com relação ao terceiro objetivo específico - Examinar as contribuições da Modelagem Matemática nos âmbitos: conceitual, atitudinal e procedimental – observa-se que também foi contemplado, sendo possível observar aspectos relevantes nesses três campos de ação desenvolvidos a partir da perspectiva da Modelagem.

No âmbito conceitual, evidencia-se a compreensão de conteúdos matemáticos, como porcentagem, regra de três, área, perímetro, além da noção intuitiva de função afim e função quadrática; desenvolvidos em consonância com o contexto no qual os alunos estão inseridos. Dessa forma, tais conceitos matemáticos ganharam significado, pois representaram situações do cotidiano dos pesquisados.

Na esfera atitudinal, houve a dedicação dos alunos às ações propostas, bem como o desenvolvimento do seu potencial como pesquisadores e críticos do contexto do qual fazem parte. Nessa esfera, destaca-se também os aspectos positivos do trabalho em equipe, sendo possível observar que as duplas estiveram em constante contato, via *WhatsApp*, trocando ideias, informações, sugestões para desenvolver a pesquisa e analisar os dados coletados da melhor maneira possível.

Já no âmbito procedimental, enfatiza-se a capacidade de os alunos coletarem informações, elaborarem roteiro de entrevista, representarem as informações coletadas, simularem o gráfico das funções no *GeoGebra*, testarem as funções estabelecidas. Portanto, ao contemplar os objetivos conceituais, atitudinais e procedimentais, esta pesquisa corrobora as ideias de Burak (2010, p. 17) ao explicar o porquê de se ensinar Matemática mediada pela Modelagem.

A visão de que tipo de “homem” que se pretende formar para enfrentar os desafios do século XXI é uma questão que tem a ver com a forma de se ensinar e com o que se quer com essa a forma de se ensinar. Esta questão provoca e invoca algumas respostas: desejamos um cidadão que desenvolva a autonomia, que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão. Essas respostas podem ser alcançadas com a adoção de uma metodologia que leve em consideração uma nova perspectiva que contemple um novo modelo de racionalidade, mais amplo capaz de se alinhar com as mudanças que se impõem.

Enfatiza-se que o desenvolvimento desse objetivo suscitou os quatro pilares da educação propostos pela União das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) – Aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver juntos e aprender a ser. Segundo Werthein (2000, p. 22), aprender a conhecer refere-se aos conteúdos pragmáticos ao qual ele designa “instrumentos do conhecimento”. Com relação ao pilar aprender a fazer o autor afirma que este

encontra-se indissociável do primeiro e que esse está relacionado à educação profissional, onde se aplica o conhecimento.

Com relação ao pilar aprender a conviver juntos Werthein e Cunha (2000, p. 23), afirma que para combater a violência na escola e a competitividade é preciso atuar em duas vias - “descoberta progressiva do outro e o seu reconhecimento e a participação em projetos comuns (educação para a solidariedade).” E em relação ao pilar aprender a ser o autor afirma que “A educação precisa fornecer a todos, forças e referências intelectuais que lhes pertencem conhecer o mundo que os rodeia e agirem como atores responsáveis e justos.” (Ibidem, 23-24).

Embora o autor afirme que alguns desses pilares são indissociáveis, evidencia-se que na Modelagem os quatro são trabalhados concomitantemente, enfatizando que o pilar aprender a conhecer é desenvolvido a partir dos objetivos conceituais, processo no qual os estudantes desenvolveram conteúdos matemáticos emergidos de situações do seu cotidiano. Já o pilar aprender a fazer desenvolveu-se a partir dos objetivos conceituais e procedimentais, já que no primeiro desenvolveu-se o conteúdo matemático de forma contextualizada e no segundo utilizou-se esse conhecimento para representar os problemas cotidianos já matematizados. E por fim, os pilares aprender a conviver junto e aprender a ser são desenvolvidos a partir dos objetivos atitudinais onde possibilita que os estudantes trabalhem em grupos e aprendem a dialogar, a pesquisar, a defender seu ponto de vista e a ouvir o outro. Essa interação entre alunos e alunos com a pesquisadora/professora ficou evidenciada no decorrer de todos os momentos utilizados da Modelagem Matemática.

O problema de pesquisa buscava entender como o uso da Modelagem, vinculado ao tema pecuária, poderia contribuir para o processo de estudo de diferentes funções com alunos do Ensino Médio. Pode-se assegurar que ele foi respondido pelos alunos, que se sentiram motivados a investigarem um tema local, do cotidiano, partindo do problema sobre os conceitos matemáticos, invertendo a ordem adotada nas aulas tradicionais. Neste sentido, corroboraram a afirmação de Klüber (2016, p. 45) de que, ao usar a Modelagem, “faz-se um caminho inverso daquele utilizado no ensino mais usual. Nesse, apenas os conteúdos determinam os problemas, na Modelagem os problemas podem determinar os conteúdos a

serem usados para resolver as questões oriundas da etapa anterior”. Além das constatações matemáticas, apontaram-se questões sociais e econômicas acerca do tema investigado, evidenciando que “[...] a modelagem matemática pode ser entendida como uma forma de resolver problemas da realidade usando a matemática” (DE LOIOLA ARAÚJO, 2009, p. 61).

Outro fator observado foi o potencial de pesquisa dos alunos, que investigaram seus subtemas e produziram informações relevantes ao seu dia a dia. Apesar das pesquisas terem resultado apenas em funções afim do tipo linear e quadráticas, é importante informar que outros tipos – modulares, exponenciais e logarítmicas – foram estudados. Entretanto, para os problemas aos quais cada dupla se propôs a resolver, esses dois tipos de funções se mostraram mais adequados. Foi notável a capacidade transformadora do ensino tendo como metodologia a Modelagem, que

continua a angariar adeptos pelas suas possibilidades metodológicas, pela visão ampla que proporciona em relação a um assunto, pela visão de totalidade, por envolver de forma natural e indissociável o ensino e a pesquisa e pela possibilidade de, por meio dela, almejar-se um dos principais objetivos da educação: o desenvolvimento da autonomia do educando. E, também, porque satisfaz as necessidades de um ensino da Matemática mais dinâmico, revestido de significado nas ações desenvolvidas, tornando o estudante mais atento, crítico e independente (BURAK, 2016, p. 37-38).

Salienta-se também que esta pesquisa não possibilitou aprendizagens apenas aos discentes voluntários, mas especialmente à professora/pesquisadora, que conheceu um pouco mais a Modelagem como metodologia de ensino. A partir desta, percebeu que o ensino não deve estar centrado no conteúdo e sim no aluno e em seu contexto; sendo assim, o mais simples e o mais sofisticado conceito matemático podem ser desenvolvidos. Também é importante frisar que a professora/pesquisadora - que vive e sempre viveu em propriedades rurais com a economia baseada na pecuária – ampliou seus conhecimentos relativos aos subtemas desenvolvidos, aprendendo em conjunto com os estudantes. Por fim, compreendeu quão significativa é ser mediadora e não mera transmissora de conhecimentos, contribuindo para a construção de cidadãos críticos e participativos no contexto em que se encontram inseridos.

Embora seja possível apontar muitas contribuições para o desenvolvimento desta prática pedagógica, destaca-se que algumas dificuldades surgiram no

percurso. A primeira delas foi a necessidade de adaptação da pesquisa ocasionada pela Pandemia do Covid-19, o que implicou o desenvolvimento da mesma no formato semipresencial. A segunda ocorreu nas reuniões *online*, pois a má qualidade da conexão de *internet* impediu a participação de alguns alunos em determinados encontros. Percebeu-se também que nas reuniões *online* eles foram pouco participativos.

As medidas necessárias de prevenção contra o coronavírus também foram responsáveis pelo surgimento de entraves no desenvolvimento das atividades previstas no projeto inicial. Isso inviabilizou uma coleta de dados com mais informações, pois os alunos realizaram suas entrevistas via *WhatsApp*. Evidencia-se também, que a professora, tornando-se pesquisadora, cometeu algumas falhas no processo de coleta de dados, como por exemplo, analisar os roteiros de entrevistas e não identificar a falta de questões para o levantamento de dados importantes para a pesquisa.

Diante das dificuldades apresentadas, faz-se necessário analisar o que poderia ter sido diferente. Nesse sentido, cabe questionar: Os resultados obtidos seriam muito diferentes se toda a pesquisa tivesse sido desenvolvida presencialmente? Os equívocos matemáticos evidenciados neste trabalho seriam percebidos caso o trabalho tivesse sido desenvolvido em sala de aula? Também há que se questionar como seriam produzidos dados a partir do estabelecimento de funções matemáticas sobre um tema pesquisado.

Assim, ao findar e avaliar a prática desenvolvida, percebe-se que não havia necessidade de desenvolver a pesquisa com foco conteudista. Dessa forma, comprova-se que outros estudos podem ser realizados a partir dos resultados desta dissertação.

Embora, devido as restrições impostas pela pandemia da Covid-19, ainda não haja previsão de retorno das aulas presenciais na escola onde os alunos voluntários estão matriculados, pretende-se fazer a devolutiva dos resultados dessa pesquisa à gestão da escola, assim que o retorno for efetivado, visto que a professora/pesquisadora considera imprescindível que os resultados cheguem àqueles que ajudaram a construir essa pesquisa.



Por fim, é preciso enfatizar que, ao ingressar no Mestrado Profissional de Ensino em Ciências Exatas, a professora/pesquisadora desconhecia os pressupostos da Modelagem Matemática; entretanto, finaliza esta dissertação transformada por essa metodologia de ensino. Ademais, está ciente de que precisa percorrer um longo caminho para atingir a capacidade plena de desenvolvê-la em sala de aula sem tantas reticências, mas continuará essa busca com “brilho nos olhos”, decidida a ser mediadora da transformação que a educação pode proporcionar.

## REFERÊNCIAS

ABREU, Lorena Luquini de Barros. **Estudando conteúdos matemáticos com direcionamentos de modelagem matemática: o caso da função afim**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática)–Universidade Federal de Juiz de Fora Instituto de Ciências Exatas. Juiz de Fora. MG. Disponível em:

<https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/3052/1/lorenaluquinidebarrosabreu.pdf>.

Acesso em 20 nov. 2019.

ALESSANDRINI, Cristina Dias. **O desenvolvimento de competências e a participação pessoal na construção de um novo modelo educacional**. PERRENOUD, Philippe; THURLER, Mônica Gather. As competências para ensinar no século XXI. Tradução Cláudia Schilling e Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.

BALESTRI, Rodrigo. **Matemática: interação e tecnologia**. 2.ed. São Paulo: Leya, 2016. Volume 2.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica**. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, v. 2, p. 1-13, 2003.

BARROS, Carina Simionato de. **Uso da programação linear como ferramenta pedagógica e gerencial na produção agropecuária: o caso da Escola-fazenda Canuanã**. 2012. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, Faculdade de Medicina Veterinária e Zootecnia. Departamento de Nutrição e Produção Animal. Pirassununga. SP. Disponível em:

<https://teses.usp.br/teses/disponiveis/10/10135/tde-29052013-145725/en.php>.

Acesso em: 25 nov. 2019.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem Matemática Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores**. Biomatemática IX. 1999. Disponível em:

[https://www.researchgate.net/profile/Rodney\\_Bassanezi/publication/242289078\\_Modelagem\\_Matematica\\_Uma\\_disciplina\\_emergente\\_nos\\_programas\\_de\\_formacao\\_de\\_professores/links/0c9605251e38583e5a000000.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Rodney_Bassanezi/publication/242289078_Modelagem_Matematica_Uma_disciplina_emergente_nos_programas_de_formacao_de_professores/links/0c9605251e38583e5a000000.pdf).

Acesso em: 20 mar 2019.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. São Paulo. Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia, v. 2, n. 2, p. 07-32, 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37939>. Acesso em: 15 mar. 2019.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Concepções e tendências de modelagem matemática na Educação Básica**. Tópicos Educacionais, Recife, v. 18, n. 1-2, 2012a. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/viewFile/22339/18538>. Acesso em: 15 mar. 2019.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira**. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2012b. Disponível em: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/10569> Acesso em: 15 mar. 2019.

BIEMBENGUT, Maria Salett.; HEIN; Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 4 ed. 1ª reimp. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, Maria Salett; DOROW, Kelli Cristina. **Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro**: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil. Revista Dynamis, v. 14, n. 1, p. 54-61, 2008. Disponível em: <https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/651>. Acesso em 30 maio 2020.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática**. Educación matemática, v. 16, n. 2, p. 105-125, 2004. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2019.

BISHOP, Alan J. **Aspectos sociais e culturais de la educación matemática**. In. Revista Enseñanza de las Ciencias. Vol 6. n. 2. 1988.

BOTELHO, Leila; REZENDE, Wanderley. **Um breve histórico do conceito de função**. Caderno Dá-Licença, p. 64-75, 2011. Disponível em: [http://www.dalicensa.uff.br/images/stories/caderno/volume6/UM\\_BREVE\\_HISTORICO\\_DO\\_CONCEITO\\_DE\\_FUNCO.pdf](http://www.dalicensa.uff.br/images/stories/caderno/volume6/UM_BREVE_HISTORICO_DO_CONCEITO_DE_FUNCO.pdf). Acesso em: 25 maio 2019.

BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. 2 ed. rev. ampl. Ponta Grossa. Editora UEPG, 2016. Disponível em: <http://books.scielo.org/id/b4zpq>. Acesso em: 15 mar. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ensino Médio. Brasília: MEC. Versão entregue ao CNE em 03 de abril de 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC\\_Ensino\\_Medio\\_embaixa\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC_Ensino_Medio_embaixa_site.pdf). Acesso em: 04 out. 2019.

BRASIL. **Matriz de Referência de Matemática**. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/prova\\_brasil\\_saeb/menu\\_do\\_professor/o\\_que\\_cai\\_nas\\_provas/Matriz\\_de\\_Referencia\\_de\\_Matematica.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/menu_do_professor/o_que_cai_nas_provas/Matriz_de_Referencia_de_Matematica.pdf). Acesso em: 10 out. 2019.

BURAK, Dionísio. **A modelagem matemática e a sala de aula**. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina:[S.l.], 2004.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula**. Modelagem na Educação Matemática, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010. Disponível em: <https://gorila.furb.br/ojs/index.php/modelagem/article/view/2012>. Acesso em 16 mar. 2019.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese. UNICAMP, Campinas. 1992. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/252996>. Acesso em: 21 de mar. 2019.

BURAK, Dionísio; KLUBER, Tiago Emanuel. **Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de Educação Matemática**. Revista Margens Interdisciplinar, v. 7, n. 8, p. 33-50, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistamargens/article/viewFile/2745/2870>. Acesso em: 11 out. 2019.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. **Modelagem Matemática: um outro olhar**. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 33-54, 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37940>. Acesso em 12 de set 2020.

CAMELO, Soraya Martins. **Estudo de função afim através da modelagem matemática**. Dissertação de Mestrado, UFCG, Campina Grande, 2013. Disponível em: <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/2246>. Acesso em: 20 mar. 2019.

CASTRO, Felipe. S. F.; GAMEIRO, Augusto Hauber; GOMIDE, Catarina Abdalla; FORMIGONI, Ivan Borba. **Aplicação de modelo matemático para otimização da integração entre agricultura e pecuária**. III Simpósio de sustentabilidade e ciência animal. 2018. Disponível em: [http://paineira.usp.br/lae/wp-content/uploads/2017/12/SISCA\\_2013\\_104.pdf](http://paineira.usp.br/lae/wp-content/uploads/2017/12/SISCA_2013_104.pdf). Acesso em: 23 de nov. de 2019.

CERVO, Amado Luiz; BERVIAN, Pedro Alcino; SILVA, Roberto da. **Metodologia científica** – 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CUNHA, César. Pessoa. **A Importância da Matemática no Cotidiano**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Edição 04. Ano 02, Vol. 01. p. 641-650. 2017.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva. **Como ensinar matemática hoje**. Temas e Debates. SBEM. Ano II N, v. 2, p. 15-19, 1989. Disponível em:

[https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/6627099/artigo\\_beatriz.pdf?response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DComo\\_ensinar\\_matematica\\_hoje.pdf&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A%2F20191201%2Fus-east-1%2Fs3%2Faws4\\_request&X-Amz-Date=20191201T202237Z&X-Amz-Expires=3600&X-Amz-SignedHeaders=host&X-Amz-Signature=05834372ce2ff4de81da7f5cec3c8253669134a501ce301d0e71405b589bdb50](https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/6627099/artigo_beatriz.pdf?response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DComo_ensinar_matematica_hoje.pdf&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A%2F20191201%2Fus-east-1%2Fs3%2Faws4_request&X-Amz-Date=20191201T202237Z&X-Amz-Expires=3600&X-Amz-SignedHeaders=host&X-Amz-Signature=05834372ce2ff4de81da7f5cec3c8253669134a501ce301d0e71405b589bdb50). Acesso em: 15 mar. 2019.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva. **Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio**. Pro-posição, Campinas, 4, p. 35-42, 1993.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A História da Matemática**: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999. p. 97-115.

DA SILVA SILVA, Vantielen. **Modelagem Matemática como metodologia para o ensino de Matemática nos anos iniciais**: alguns apontamentos sobre a abordagem dos conteúdos matemáticos a partir de relatos de experiências. Modelagem matemática, p. 59, 2016. Disponível em: <https://static.scielo.org/scielobooks/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325.pdf#page=58>. Acesso em: 24 de ago 2020.

DA SILVA, Cíntia; KATO, Lilian Akemi. **Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica?**. Boletim de educação matemática, v. 26, n. 43, p. 817-838, 2012. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291226275004.pdf>. Acesso em: 10 set. 2020.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013.

DE ALMEIDA, lourdes werle; PESSOA, karina. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

DE JESUS CARAÇA, Bento. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Gradiva, 2000.

DE LOIOLA ARAÚJO, Jussara. **Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica**. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 55-68, 2009. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6170693>. Acesso em: 10 set. 2020.

DOS SANTOS BRITO, Dirceu; DE ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. **O conceito de função em situações de modelagem matemática**. Zetetike, v. 13, n. 1, p. 63-86, 2005. Disponível em: <http://inst-mat.utalca.cl/~cdelpino/modelos/2010/otros/-2009-66.pdf>. Acesso em: 23 out. 2020.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**, trad. Hygino Hungueros Domingues. Brasil: Editora UNICAMP, 2011.

FERRÃO, Naíma Soltan; DE ALMEIDA, Marcio Vieira; DE BRITO MARCELINO, Sílvia. **O Método das Tangentes de Newton: uma abordagem que associa história e tecnologia com o uso do software Geogebra.** Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, v. 1, n. 1, p. 172-183, 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/8327>. Acesso em 30 out. 2019.

FERREIRA, Neuber Silva. **Modelagem matemática e tecnologias da informação e comunicação como ambiente para abordagem do conceito de função segundo a educação matemática crítica.** Dissertação de Mestrado, UFOP, Ouro Preto, 2013. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/3513>. Acesso em 15 mar. 2019.

FERRUZZI, Elaine Cristina. **Interações discursivas e aprendizagem em modelagem matemática.** 2011. Tese (Doutorado em ensino de ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011. Disponível em: [http://paginapessoal.utfpr.edu.br/elaineferruzzi/Elaine\\_Ferruzzi\\_Tese.pdf/view](http://paginapessoal.utfpr.edu.br/elaineferruzzi/Elaine_Ferruzzi_Tese.pdf/view). Acesso em 03 set. 2020.

FILHO, Luiz Gonçalves. **Modelagem Matemática e o ensino de função de 1º grau.** Dissertação de Mestrado, PUC – SP, São Paulo, 2011. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10893>. Acesso em 16 mar. 2019.  
GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, de Nilze. **Matemática: Ciência e Aplicações.** 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010. 2ª série. Ensino Médio.

KLÜBER, Tiago Emanuel. **Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática.** Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Florianópolis, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/96465/303855.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 15 ago. 2020.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas.** Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 10, n. 1, 2008. Disponível em: <http://200.144.145.24/emp/article/view/1642/1058>. Acesso em 01 set. 2020.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no ensino.** IX ENEM-Encontro Nacional de Educação Matemática, p. 1-19, 2007. Disponível em: [http://files.professoragabrielegranada.webnode.com/200000031-14d4d15cf0/MM\\_utilizacao\\_no\\_ensino\\_kluber\\_burak.pdf](http://files.professoragabrielegranada.webnode.com/200000031-14d4d15cf0/MM_utilizacao_no_ensino_kluber_burak.pdf). Acesso em: 28 out 2020.



LATAS, Joana; MOREIRA, Darlinda. **Explorar conexões entre matemática local e matemática global**. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, v. 6, n. 3, p. 36-66, 2013. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2740/274030491003.pdf>. Acesso em: 14 set. 2020.

MARCHIORO, Fernanda. **Modelagem matemática para aprendizagem significativa de função do primeiro grau**. Dissertação de Mestrado, UCS, Caxias do Sul, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ucs.br/xmlui/handle/11338/4181;jsessionid=EC2618A8CFF835D9A987096B31570257>. Acesso em: 16 mar. 2019.

NASCIMENTO, Ross Alves do. **Modelagem Matemática com simulação computacional na aprendizagem de funções**. Tese de Doutorado, UFPE, Recife. 2007. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4113>. Acesso em 15 de mar. 2019.

PAIVA, Manoel. **Matemática**: Paiva. 3. Ed. São Paulo. Moderna, 2015.  
PONTE, João Pedro da. **A Matemática não é só cálculo e mal vão as reformas curriculares que a vêem como simples disciplina de serviço**. Educação e Matemática, p. 5-26, 1987. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4471/1/87%20Ponte%20EM%204.pdf> . Acesso em 17 set. 2020.

PONTE, João Pedro da. **O conceito de função no currículo de Matemática**. Educação e Matemática, 1990, p. 3-9. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/4473>. Acesso em: 20 maio 2019.

PONTES, Helaine Maria de Souza, BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática na Educação Básica**: uma experiência vivida. In: BRANDT, Célia Finck,

BURAK, Dionísio, and KLÜBER, Tiago Emanuel, orgs. *Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações* [online]. 2nd ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 183-200. Disponível em: <http://books.scielo.org/id/b4zpq/epub/brandt-9788577982325.epub>.. Acesso em: 16 mar 2019.

QUARTIERI, Marli Teresinha; KNIJNIK, Gelsa. **Modelagem matemática na escola básica**: surgimento e consolidação. Revista Caderno Pedagógico, v. 9, n. 1, 2012.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo lendas e mitos**. Rio de Janeiro. Jorge Zahar, 2012.

SCHONARDIE, Belissa. **Modelagem Matemática e introdução da função afim no ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre, 2011. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/32422>. Acesso em: 16 mar 2019.

SELINGARDI, Ainá Montessanti. **O estudo da função afim no ensino médio com apoio de uma atividade experimental**. Dissertação de Mestrado, UFSCAR,

São Carlos, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/7080>. Acesso em 16 mar 2019.

SILVA, Francisco Eudes da. **A caracterização da Função Afim como ferramenta na Modelagem de problemas Matemáticos**. Dissertação de Mestrado, UFC, Juazeiro do Norte, 2015. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/14546>. Acesso em 15 mar. 2019.

SILVA, Lilian Aragão da; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. **As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 26, n. 43, p. 1071-1101, 2012. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n43/14.pdf>. Acesso em 28 out. 2020.

SOUZA, Joamir; GARCIA, Jacqueline. **Contato matemática**. São Paulo: FTD, 2016. Volume 1.

SOUZA, Joamir; GARCIA, Jacqueline. **Contato matemática**. São Paulo: FTD, 2016. Volume 2.

SOUZA, Vera Lúcia Trevisan de; PETRONI, Ana Paula; BREMBERGER, Maria Eufrásia de Faria. **Psicologia, educação e a sociedade contemporânea: reflexões sob a perspectiva da Psicologia sócio-histórica**. Psicólogo inFormação, São Paulo, v. 11, n. 11, p. 99-112, dez. 2007. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psicoinfo/v11n11/v11n11a06.pdf> Acesso em: 14 jun. 2020.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. IV EPMEM–Encontro Paranaense de Modelagem Matemática em Educação Matemática. Maringá, v. 1, 2010. Disponível em: [http://www.uel.br/grupo-pesquisa/grupemat/docs/mesa\\_epmem2010.pdf](http://www.uel.br/grupo-pesquisa/grupemat/docs/mesa_epmem2010.pdf). Acesso em 20 maio 2019.

VIEIRA, Sofia Lerche; VIDAL, Eloisa Maia; NOGUEIRA, Jaana Flavia Fernandes. **Gestão da aprendizagem em tempos de Ideb: percepções dos docentes**. Revista Brasileira de Política e Administração da Educação-Periódico científico editado pela ANPAE, v. 31, n. 1, p. 85-106, 2015. Disponível em: <https://www.seer.ufrgs.br/rbpae/article/view/58916/35196>. Acesso em 27 de ago.2020.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4 ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

YIN, Robert K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Penso, 2016. Tradução: Daniel Bueno; Revisão técnica: Dirceu da Silva.



## APÊNDICES

### APÊNDICE A – TERMO DE CONCORDÂNCIA DA DIREÇÃO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO

A direção da Escola Estadual Tarley Rossi Vilela – Novo Mundo, estado do Mato Grosso.

Eu, Dayane Cristielle Siquiere, aluna regularmente matriculada no Curso de Pós-graduação *Stricto Sensu*, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade do Vale do Taquari – Univates de Lajeado, RS, venho solicitar a autorização para coletar dados com grupo de alunos matriculados neste estabelecimento de ensino, para a realização de minha pesquisa de Mestrado, intitulada: “MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO TEMA PECUÁRIA: UMA PROPOSTA PARA ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO” O objetivo geral desta pesquisa é analisar as contribuições do uso da Modelagem Matemática, nos processos de estudo de diferentes funções para alunos do Ensino Médio, partindo do tema pecuária. Afirmo ainda, que a coleta de dados será realizada por meio entrevista via *WhatsApp*, fóruns interativos *online*, reuniões pelo *Google Meet* que serão gravadas em áudio e vídeo junto a alunos do 1º e 2º anos do Ensino Médio matriculados nesta instituição. Também solicito autorização para divulgação do nome da instituição na dissertação, que resultará dessa prática pedagógica, e artigos que dela possam surgir.

Desde já, agradeço a disponibilidade, visto que a pesquisa contribuirá para o desenvolvimento do ensino de Matemática.

Pelo presente termo de concordância declaro que estou ciente da pesquisa realizada com alunos da Escola Estadual Tarley Rossi Vilela – Novo Mundo, Estado do Mato Grosso.

Data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

---

**Direção da Escola**

---

**Dayane Cristielle Siquiere**

Mestranda em Ensino de Ciências Exatas –UNIVATES

## **APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

A mestranda Dayane Cristielle Siquiere, integrante do corpo discente do Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Universidade do Vale do Taquari – Univates de Lajeado, RS, irá realizar encontros com um grupo de alunos do 1º e 2º anos do Ensino Médio com a finalidade de desenvolver seu projeto de pesquisa denominado “MODELAGEM MATEMÁTICA A PARTIR DO TEMA PECUÁRIA: UMA PROPOSTA PARA ESTUDO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO”. Para tanto, aplicar-se-á entrevista via *WhatsApp*, fóruns interativos *online*, reuniões pelo *Google Meet* que serão gravadas em áudio e vídeo. O conteúdo da referida entrevista e das gravações, somente serão utilizados pela mestranda e ficará sob guarda da mesma, dando-se garantia de manutenção do caráter confidencial das informações que, juntamente com os resultados estarão sempre sob sigilo ético.

Os participantes aceitam e, mediante autorização dos seus responsáveis, permitem a sua identificação nos resultados desta pesquisa, podendo ser mencionados seus nomes em apresentação oral ou trabalho escrito que venha a ser publicado. Além disso, a participação não representará nenhum custo para os sujeitos envolvidos. A concordância em participar da entrevista, dos fóruns, das gravações ou de qualquer outro meio de investigação dá garantia de receber, a qualquer momento, resposta a toda pergunta ou esclarecimento de qualquer dúvida acerca da pesquisa e de seus procedimentos; liberdade de retirar o consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem que isso traga qualquer prejuízo ao participante.

Pelo presente Termo de Consentimento, o participante declara que foi esclarecido, de forma clara e detalhada, livre de qualquer forma de constrangimento ou coerção, dos objetivos, da justificativa e dos procedimentos a que será submetido e autoriza a participação por meio deste questionário.

A professora/pesquisadora responsável é Dayane Cristielle Siquiere, mestranda da Universidade do Vale do Taquari – Univates de Lajeado, RS, orientada pela professora Dra. Marli Teresinha Quartieri que poderá ser contatada pelo e-mail [mtquartieri@univates.br](mailto:mtquartieri@univates.br) ou pelo telefone (51) 3714-7000 ramal 5048.

Nestas condições, solicita-se o seu consentimento.

Nome do responsável: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Assinatura:

Data: \_\_/\_\_/\_\_

## **APÊNDICE C – ROTEIRO PARA ENTREVISTA FINAL**

Gostaria que respondesse as questões a seguir de acordo com a sua participação e observação sobre como foram desenvolvidas as atividades a partir do tema pecuária.

1. A sua dupla realizou pesquisas sobre um subtema da pecuária. Como ocorreu a escolha desse subtema? Qual a relevância desse subtema no seu dia a dia?
2. Cite os conteúdos matemáticos que você aprendeu ou revisou no decorrer desta atividade?
3. Com relação às pesquisas das outras duplas. Algum resultado foi novidade para você? Te surpreendeu? Por que?
4. Em um minuto, opine sobre a metodologia adotada. (Se gostou ou não, se aprendeu de forma melhor, ou não...)
5. Conte, em um minuto, o que aprendeu sobre funções a partir do tema pecuária.
6. Gostaria de saber se sua opinião sobre a Matemática presente no dia a dia mudou? Se os resultados encontrados te surpreenderam por estar dentro do tema Pecuária? E Como as descobertas matemáticas poderiam ajudar as famílias da comunidade que lidam com a pecuária, nas diferentes áreas pesquisadas? Justifique cada item.